
NOTES D'ÉTUDES

ET DE RECHERCHE

TEST SIMULTANÉ DE LA NON-STATIONNARITÉ
ET DE LA NON-LINÉARITÉ :
UNE APPLICATION AU
TAUX D'INTÉRÊT RÉEL AMÉRICAIN

Nicolas Million

Février 2008

NER - E # 201



**TEST SIMULTANÉ DE LA NON-STATIONNARITÉ
ET DE LA NON-LINÉARITÉ :
UNE APPLICATION AU
TAUX D'INTÉRÊT RÉEL AMÉRICAIN**

Nicolas Million

Février 2008

NER - E # 201

Les Notes d'Études et de Recherche reflètent les idées personnelles de leurs auteurs et n'expriment pas nécessairement la position de la Banque de France. Ce document est disponible sur le site internet de la Banque de France « www.banque-france.fr ».

Working Papers reflect the opinions of the authors and do not necessarily express the views of the Banque de France. This document is available on the Banque de France Website "www.banque-france.fr".

Test simultané de la non-stationnarité et de la non-linéarité: une application au taux d'intérêt réel américain

Nicolas MILLION¹
Banque de France²

¹L'auteur souhaite remercier L. Clerc, J.S. Mésonnier, E. Nelson, F. Pegoraro et N. Valla pour plusieurs discussions qui ont permis d'améliorer cet article ainsi que B. Hansen pour certains programmes utilisés dans cette version. Toute erreur ou insuffisance éventuelle serait bien entendu de ma responsabilité.

²Banque de France, Direction de la Recherche, 41-1422 POMONE, 75049 Paris cedex 01. Tél. 01 42 92 49 65, Fax. 01 42 92 62 92. Les opinions exprimées sont exclusivement celles de l'auteur et n'engagent pas la Banque de France.

Résumé

Dans cet article, nous analysons le taux d'intérêt réel à trois mois pour les Etats-Unis par l'intermédiaire d'une représentation M-SETAR (*Momentum - Self Exciting Threshold AutoRegressive*) sur les cinquante dernières années. Dans le but de distinguer la non linéarité de la non-stationnarité, nous utilisons des tests d'intégration à seuil contre une alternative stationnaire et non linéaire. Une innovation de ce travail réside dans l'introduction d'une rupture déterministe de telle sorte que le modèle autorise à la fois des changements de régime pour la partie déterministe (saut en niveau) et pour la partie stochastique (effets de seuil). L'exercice empirique porte sur l'écart entre le taux d'intérêt réel ex post et sa valeur naturelle qui change après la date de rupture. Nos résultats montrent que cet écart de taux réel suit un processus à seuil à deux régimes. En outre, le processus se comporte comme une martingale dans un des régimes, soulignant l'aspect 'réactif' de la politique monétaire pour les périodes correspondantes.

Mots-clefs: Modèle M-SETAR, rupture structurelle, taux d'intérêt réel, changement de régime.

Numéros de classification *JEL*: E4, C12, C22.

Abstract

In this article, we analyze the US short term real interest rate series for the last five decades in the framework of a M-SETAR model (*Momentum - Self Exciting Threshold Auto-Regressive*). With the aim of disentangling the non-linearity from the non-stationarity cases, we use threshold integration tests against a stationary but non-linear alternative hypothesis. One innovation consists in the introduction of a structural break in the deterministic component of the process. Therefore, our model allows for shifting regimes both in the deterministic part (mean shift) and in the stochastic part (threshold effects). The empirical application concerns the gap between the ex post real interest rate and its natural level which changes after the break date. Our results show some evidence that the real interest gap follows a two-regimes threshold process. Furthermore, the process seems to behave as a martingale in one of the regimes, highlighting the 'reactive' characteristics of the monetary policy during these corresponding periods.

Keywords: M-SETAR Model, structural break, real interest rate, switching regime.

JEL classification numbers: E4, C12, C22.

1 Introduction

Cet article a pour but d'analyser le taux d'intérêt réel à court terme pour les Etats-Unis par l'intermédiaire d'une représentation non-linéaire sur les cinquante dernières années. Etant donné que le taux d'intérêt réel joue un rôle de premier ordre pour les choix de consommation et d'investissement et potentiellement toutes les décisions intertemporelles, l'analyse de ses propriétés statistiques constitue une étape préliminaire très importante pour l'étude de tout modèle macro-économique. Ce taux a également des implications concernant la politique monétaire puisqu'il constitue le canal principal au travers duquel les autorités monétaires agissent sur l'économie. Cette série a donc fait l'objet d'une littérature abondante, notamment pour les Etats-Unis et les autres pays de l'OCDE (voir Cooray (2002) pour une synthèse). En se basant sur les théories économiques traditionnelles afin d'avoir un *a priori* initial sur le processus du taux d'intérêt réel, un résultat de stationnarité devrait être attendu. En effet, d'après un programme d'optimisation intertemporelle de l'utilité des ménages³, le taux d'intérêt réel est censé avoir le même ordre d'intégration que le taux de croissance de la consommation. Même si ce taux de croissance a pu évoluer au cours du temps, il est peu vraisemblable que ces changements soient le fruit d'une tendance stochastique. Il devrait donc en être de même pour le taux d'intérêt réel.

Or, ce résultat de stationnarité n'est pas systématique d'après les études empiriques. En particulier, les conclusions des tests usuels (i.e. dans un contexte linéaire) de racine unitaire varient en fonction des périodes et/ou des pays. Pour certains auteurs (Nelson et Schwert (1977), Fama et Gibbons (1982), Walsh (1987), Rose (1988) et Rapach et Weber (2004) par exemple), le taux d'intérêt réel est intégré d'ordre un depuis la Seconde Guerre Mondiale. Force est alors de constater que l'ensemble de ces études n'a pas permis d'aboutir à un consensus concernant l'hypothèse d'un taux d'intérêt réel stationnaire. Ce résultat de non-stationnarité est, malheureusement, difficilement interprétable d'un point de vue économique. En outre, l'existence d'une racine unitaire signifierait que tous les chocs sur le taux d'intérêt réel ont une durée de vie infinie. Dans ce contexte, doit-on considérer que le taux d'intérêt réel est véritablement intégré d'ordre un ou bien est-il caractérisé par un processus stationnaire mais sujet à des changements de régime?

Cette question est importante dans la mesure où la présence d'une racine unitaire pour le processus du taux d'intérêt réel empêcherait de vérifier la condition du premier ordre d'un programme d'optimisation pour les Modèles d'Evaluation Des Actifs Financiers (MEDAF) basés sur la consommation. De même, l'estimation par la méthode généralisée des moments (GMM) requiert une stationnarité à la fois pour le taux d'intérêt réel et pour la croissance de la consommation. Ces différents arguments nous invitent à considérer que cette absence de consensus pour le rejet

³Voir Shome et al. (1988) et Evans et Lewis (1995) pour plus de détails.

de l'hypothèse de racine unitaire dans le processus du taux d'intérêt réel provient éventuellement d'une mauvaise spécification de l'hypothèse alternative. Cet article tente de répondre à cette question en testant l'hypothèse de racine unitaire dans un contexte non-linéaire.

Sachant que notre étude porte sur le taux d'intérêt réel correspondant à des titres de créance à maturité courte, l'accent est mis sur l'influence de la politique monétaire pour expliquer la trajectoire de ce processus sur les cinquante dernières années. En effet, depuis Huizinga et Mishkin (1986), il est reconnu que les changements de régime monétaire ont une influence sur le comportement des taux d'intérêt réels. Cela est particulièrement vrai à partir de 1979 aux Etats-Unis avec la politique désinflationniste mise en oeuvre après l'arrivée de Paul Volcker à la tête de la Réserve Fédérale américaine (FED ci-après). Cela provient également du fait que le taux d'intérêt nominal à très court terme est devenu l'instrument de politique monétaire le plus couramment utilisé. A ce titre, nous allons fonder notre analyse sur l'écart de taux réel, celui-ci pouvant servir comme indicateur de politique monétaire. Cet écart de taux réel est défini comme l'écart entre le taux d'intérêt réel observé et sa valeur naturelle, dans l'esprit de Wicksell (1936). Dans cet article, cette valeur naturelle sera captée par la moyenne de longue période du taux d'intérêt réel.

De plus en plus d'économistes⁴ considèrent que le taux d'intérêt réel est en réalité caractérisé comme un processus stationnaire mais que sa moyenne est instable dans le temps. Cela signifie que le processus revient plus ou moins rapidement vers sa valeur naturelle déterminée par les fondamentaux de l'économie ("mean-reverting process") mais que celle-ci fait l'objet de ruptures structurelles. Même si théoriquement ces fluctuations du taux d'intérêt réel peuvent provenir de modifications des paramètres structurels, la fréquence des changements de régime sur la période d'après-guerre, et notamment leur amplitude, rend cette explication moins convaincante comme source de persistance, ainsi que le souligne Phillips (2005).

D'autre part, quelques articles ont récemment remis en cause l'hypothèse d'une forme linéaire pour la relation entre le taux d'intérêt directeur et les variables cibles (en premier lieu le taux d'inflation). Ainsi, Kim, Osborn et Sensier (2005) ont mis en évidence une forme non-linéaire pour la fonction de réaction de la FED. D'après Dolado, Pedrero et Ruge-Murcia (2004), l'association d'une convexité pour la courbe de Phillips et d'une fonction de perte asymétrique pour la FED aboutit également à une fonction de réaction non linéaire⁵ avec des effets de taille. De même, les résultats obtenus par Orphanides et Wilcox (2002) semblent suggérer un ajustement différent pour la FED suivant le niveau des déviations du taux d'inflation par rapport à sa cible. Bec, Ben Salem et Collard (2002) retiennent aussi une forme non-linéaire

⁴cf. Perron (1990), Garcia et Perron (1996), Caporale et Grier (2000), Bai et Perron (2003) et Caporale et Grier (2005).

⁵Cette hypothèse a été validée par des estimations empiriques sur données américaines.

pour la fonction de réaction de la FED par l'intermédiaire d'un modèle à seuil. Ceci nous invite à lever la contrainte de linéarité pour la relation entre le taux d'intérêt nominal et le taux d'inflation et donc pour la spécification du taux d'intérêt réel.

Par conséquent, nous allons chercher à étudier l'existence éventuelle d'effets asymétriques pour le taux d'intérêt réel aux Etats-Unis. Etant donné la forte persistance du processus et le risque de confondre un processus non-linéaire avec un processus intégré⁶, il est pertinent de considérer de manière jointe l'analyse de la non-stationnarité et de la non-linéarité du processus. Parmi les développements récents en économétrie non-linéaire, Caner et Hansen (2001) développent une théorie asymptotique d'inférence statistique afin de dissocier l'hypothèse d'asymétrie de celle de non-stationnarité pour des processus autorégressifs. La présence d'une rupture structurelle pour le taux d'intérêt réel ayant déjà été soulignée par de nombreux économistes, une innovation introduite dans cet article par rapport à l'utilisation classique du test de Caner et Hansen (2001) consiste à autoriser un saut en niveau dans la partie déterministe du processus. Afin de détecter des effets de seuil, un test de linéarité basé sur la statistique de Wald est alors appliqué à l'écart entre le taux d'intérêt réel et sa moyenne sujette à une rupture. Des tests d'intégration spécifiquement construits pour un modèle à seuil seront également utilisés.

Les résultats montrent que, même en tenant compte d'un saut en niveau suite au changement de régime monétaire (intervenant en 1980 aux Etats-Unis), le taux d'intérêt réel manifeste un comportement asymétrique. En particulier, celui-ci est identifié comme une martingale dès que sa différence sur un trimestre est supérieure à 2.21%. Ce régime non stationnaire apparaît lors des chocs pétroliers (milieu des années 1970), de la période de désinflation de Volcker (début des années 1980), des épisodes d'instabilité financière (guerre du Golfe) ainsi que du resserrement récent (dernier retournement) de la politique monétaire américaine.

La logique d'exposition est la suivante: nous nous intéressons dans la deuxième section aux sources de non-linéarité pour le taux d'intérêt réel à court terme et aux différents modèles économétriques permettant de les reproduire. La troisième section présente, de manière détaillée, le test de linéarité utilisé dans cet article ainsi que les tests de racine unitaire spécifiquement construits pour un modèle à seuil avec deux régimes. Nous appliquons ces tests au taux d'intérêt réel au cours de la quatrième section. La dernière partie de cet article offre une conclusion avec une synthèse des résultats.

⁶Voir par exemple Pippenger et Goering (1993) pour le cas des processus à seuil.

2 Prise en compte de non-linéarités pour le taux d'intérêt réel

Avant de proposer une modélisation à changements de régime, nous allons rappeler brièvement la théorie de Fisher ainsi que présenter des arguments justifiant l'étude de l'écart de taux réel.

2.1 Détermination du taux d'intérêt réel

Depuis Fisher (1930), le taux d'intérêt nominal i_t pour un titre de créance d'une maturité m est traditionnellement décomposé en deux parties, le taux d'intérêt réel ex ante r_t^e et le taux d'inflation anticipé π_t^e :

$$i_t^m \equiv r_t^e + \pi_{t+m}^e \quad (1)$$

Ici le taux d'inflation π_{t+m}^e représente la perte de pouvoir d'achat anticipée sur la période entre t et $t+m$: $1 + \pi_{t+m}^e = \frac{E_t P_{t+m}}{P_t}$ où E_t représente l'opérateur espérance conditionnellement à la date t . Selon cette approche classique, le taux d'intérêt réel ex ante r_t^e représente la valeur qui équilibre le marché des fonds prêtables. Cette valeur d'équilibre dépend des décisions d'épargne et d'investissement et est déterminée en fonction de paramètres structurels tels que le taux de préférence pour le présent des agents et la productivité marginale du capital.

L'effet Fisher traduit le fait que les mouvements du taux d'intérêt nominal reflètent les fluctuations de l'inflation anticipée. L'effet Fisher complet ("full Fisher effect") désigne quant à lui la situation où le taux d'intérêt nominal s'ajuste dans une proportion de un pour un avec le taux d'inflation anticipé, laissant le taux d'intérêt réel ex ante inchangé.

Supposons maintenant que l'écart entre le taux d'inflation anticipé (ex ante) π_t^e et le taux d'inflation observé (ex post) π_t soit un terme d'erreur de prévision ε_t . Nous avons alors:

$$\pi_t^e = \pi_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

En combinant (1) et (2), nous obtenons une relation entre le taux d'intérêt réel ex post (défini comme la différence entre i_t^m et π_t) et le taux ex ante:

$$r_t = r_t^e + \varepsilon_t \quad (3)$$

Sous l'hypothèse d'anticipations rationnelles, ε_t est un bruit blanc. Dans ce cas théorique, la persistance du taux d'intérêt réel ex post provient uniquement de celle du taux ex ante. Selon l'hypothèse de Fisher, le taux d'intérêt réel ex post (c'est-à-dire le taux d'intérêt nominal déflaté de l'inflation observée) devrait être stable autour d'une moyenne de longue période.

2.2 L'écart de taux réel comme indicateur de politique monétaire

Le taux d'intérêt nominal à très court terme est devenu pour la plupart des pays développés l'instrument privilégié pour la mise en oeuvre de la politique monétaire. Depuis l'article fondateur de Taylor (1993), il est courant de modéliser l'attitude de la Banque Centrale en termes de politique monétaire à l'aide d'une fonction de réaction⁷ reliant le taux d'intérêt directeur à certaines variables macro-économiques, de la manière suivante:

$$i_t = i^* + \gamma_1 (\pi_t^e - \pi^*) + \gamma_2 y_t + m_t \quad (4)$$

où y_t représente l'*output gap* (différence entre le produit et son niveau de plein emploi), π^* correspond à la cible d'inflation et m_t est un terme d'erreur⁸. Par conséquent, le taux d'intérêt directeur i_t s'écarte de sa valeur neutre i^* en présence de déviations des variables clés par rapport à leur cible.

Si nous exprimons le taux d'intérêt dans (4) en valeur réelle, nous obtenons:

$$r_t^e = r^* + (\gamma_1 - 1) (\pi_t^e - \pi^*) + \gamma_2 y_t + m_t \quad (5)$$

Une fois que la Banque Centrale a atteint ses objectifs de stabilisation, le taux d'intérêt réel ex ante r_t^e est égal au taux neutre r^* (obtenu par la relation de Fisher $r^* = i^* - \pi^*$). Le taux d'intérêt réel ex ante étant inobservable, l'interprétation se concentre sur le taux réel ex post par l'intermédiaire de la relation (3).

A partir de l'équation (5), nous pouvons identifier les sources de fluctuations du taux d'intérêt réel ex post r_t :

$$r_t = r^* + (\gamma_1 - 1) (\pi_t^e - \pi^*) + \gamma_2 y_t + m_t + \varepsilon_t \quad (6)$$

L'équation (6) peut s'interpréter comme un écart de taux réel à la Wicksell (1936); le taux d'intérêt réel neutre r^* apparaît comme le taux réel correspondant à une situation où le produit est égal à son niveau de plein emploi et où les prix sont stables et est analogue au taux d'intérêt réel naturel wicksellien. Dans notre cadre empirique, il traduit une mesure du taux d'intérêt réel de long terme dont on peut supposer qu'elle reflète le taux de croissance de l'économie (d'après le modèle de croissance optimale à la Ramsey⁹). Le taux d'intérêt réel étant potentiellement

⁷Cette fonction de réaction, communément appelée règle de *Taylor* spécifie la partie systématique du taux d'intérêt directeur en fonction des déviations des variables 'cibles' par rapport aux objectifs de la Banque centrale.

⁸Par souci de simplification, nous avons délibérément omis le paramètre de lissage des taux d'intérêt.

⁹La maximisation intertemporelle de l'utilité d'un ménage représentatif aboutit à la relation log-linéaire suivante entre le taux d'intérêt réel et le taux de croissance du produit par tête a :

affecté, *inter alia*, par la politique monétaire, l'équation (6) reflète la nécessaire prise en compte des écarts de production et d'inflation par la Banque Centrale et l'impact des chocs monétaires. A partir de cette règle de politique monétaire, la différence entre le taux d'intérêt réel r_t et sa valeur naturelle r^* représente un indicateur concernant l'orientation de la politique monétaire¹⁰. En particulier, l'écart de taux d'intérêt réel est nul en espérance en présence d'un 'output gap' nul et en l'absence de déviations de l'inflation par rapport à sa cible.

Conformément à cette intuition, nous adoptons dans cet article l'approche consistant à retenir la moyenne empirique comme proxy de la valeur naturelle r^* . L'innovation de notre approche réside dans l'introduction d'une rupture structurelle dans cette moyenne empirique.

La détection de changements de régime pour le taux d'intérêt réel s'effectuera alors selon deux axes: en considérant d'une part un changement déterministe et d'autre part des changements stochastiques. Ces changements de régime interviendront respectivement à une fréquence basse et à une fréquence relativement élevée.

2.3 Introduction de ruptures déterministes

Comme toute variable aléatoire, le taux d'intérêt réel peut formellement être décrit comme la somme d'une composante déterministe et d'une composante stochastique. La méthode retenue pour analyser la dynamique de cette série comporte deux étapes, la première portant sur la partie déterministe et la seconde sur la partie stochastique. La présence de non-linéarités se manifeste dans la partie déterministe sous la forme d'un saut pour le niveau du processus.

L'étude empirique du taux d'intérêt réel va s'effectuer sur plusieurs décennies (de janvier 1952 à septembre 2006). Cette période englobe donc des régimes monétaires différents, ainsi que des chocs économiques majeurs à la suite desquels l'économie a vraisemblablement été l'objet de changements structurels. Afin de prendre en compte ce changement de structure, nous introduisons une rupture dans la partie déterministe du taux d'intérêt réel. En outre, cette prise en compte d'une rupture déterministe permet de mieux spécifier des changements de régime à basse fréquence et ainsi de minimiser le risque de détecter des effets de seuil fallacieux¹¹.

Différentes origines ont été identifiées par la littérature économique concernant les chocs d'amplitude significative, susceptibles de provoquer des changements de niveau pour le taux d'intérêt réel. Selon les auteurs, elles peuvent refléter les chocs

$r^* = \theta a + \rho$ où θ est le coefficient d'aversion relative pour le risque et ρ est le taux de préférence pour le présent.

¹⁰Pour plus de détails, voir Giammarioli et Valla (2004).

¹¹Voir les simulations de Monte Carlo de Carrasco (2002) concernant le risque de retenir un modèle à seuil lorsque le processus générateur de données comporte uniquement des changements de structure.

pétroliers (Perron (1990)), les changements drastiques de politiques monétaires (Bai et Perron (2003)), les déréglementations financières (Huizinga et Mishkin (1986)) ou l'impact de chocs technologiques (cf. Mésonnier et Renne (2006) pour l'application à la zone euro).

Dans le cadre de notre étude, nous considérons que les changements de régime intervenant à basse fréquence pour la partie déterministe du taux d'intérêt réel proviennent de deux facteurs exogènes. Le premier concerne directement le changement structurel sur l'économie provoqué par une modification radicale de la politique monétaire (à l'instar de Caporale et Grier (2005)), phénomène accentué par le contexte de dérégulation financière amorcée pendant les années 1980 dans les pays industrialisés. Le second prend en compte l'interaction entre la stratégie de la Banque Centrale et le comportement des agents. En particulier, les erreurs d'anticipation peuvent devenir importantes et systématiques dans le contexte d'une Banque Centrale en recherche de crédibilité (cf. Evans et Lewis (1995) et Million (2007b) pour la présence d'effets Peso par exemple). Cela a un impact sur le taux d'intérêt réel observé via la relation (3).

Nous considérons la valeur naturelle r^* du taux d'intérêt réel r_t comme la moyenne empirique du processus. Afin de prendre en compte l'évolution au cours du temps de ce paramètre, nous introduisons une variable indicatrice de changement structurel (pour une date de rupture TB).

Ainsi, nous estimons dans une première étape la relation suivante:

$$r_t = r_t^* + RIG_t = \mu_1 + \mu_2 B_t + RIG_t \quad (7)$$

avec $B_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t < TB \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$.

Nous notons RIG_t (pour 'Real Interest Gap') la partie stochastique de r_t . Cette composante résulte de la différence entre le taux d'intérêt réel observé r_t et sa composante déterministe r_t^* . RIG_t représente donc les variations aléatoires de r_t autour de la valeur moyenne μ_j (qui change après la date de rupture TB). La date de rupture TB est estimée à partir de la méthode endogène de Zivot et Andrews (1992).

En plus de la prise en compte du changement structurel, il est intéressant de considérer que la dynamique du processus du taux d'intérêt réel (et en particulier sa persistance) se soit également modifiée avec le temps.

2.4 Changements de régime à haute fréquence

Afin de prendre en compte la présence de comportements différents selon les états de la nature, il est possible d'introduire des changements de régime dans la dynamique de RIG_t de la manière suivante:

$$RIG_t = \rho_i RIG_{t-1} + A_i(L)\Delta RIG_t + e_t \quad (8)$$

où e_t est un processus bruit blanc et $A_i(L)$ un polynôme retard d'ordre p . Dans cette représentation, RIG_t suit un processus autorégressif avec des changements de valeur pour les coefficients. Le coefficient de persistance ρ_i est notamment différent suivant le régime i .

Dans la famille des modèles à changements de régime, nous avons retenu les modèles à seuil. Dans ce type de modélisation, la dynamique du processus est distincte suivant le régime auquel appartient la variable de transition. Ces modèles ont l'avantage de spécifier de manière explicite le mécanisme qui conditionne le changement de la représentation, à l'inverse des modèles à changements de régime markoviens par exemple. Le passage d'un régime à un autre s'effectue de manière endogène, en fonction d'une variable spécifique plutôt que d'une variable cachée ou d'un processus déterministe. En particulier, cette approche apporte une certaine souplesse dans le sens où les régimes peuvent être étroitement imbriqués ('sample splitting'). En outre, un test de linéarité basé sur un modèle à seuil s'avère être plus puissant d'après Carrasco (2002) même si la non-linéarité provient de changements de régime markoviens.

Au sein des représentations à seuil proposées dans la littérature, nous avons choisi de nous concentrer sur les modèles pour lesquels la variable de transition Z_t dépend du processus étudié en différence (dite modélisation M-SETAR, pour *Momentum - Self Exciting Threshold AutoRegressive*). Ces modèles ont l'avantage de relier les changements de régime aux valeurs passées de la série étudiée. En outre, la multiplicité des sources de fluctuations pour l'écart de taux réel dans (6) nous empêche d'en privilégier l'une plutôt que l'autre. Enfin, le fait de choisir la série étudiée comme variable de transition nous permet de relier l'étude de la dynamique du processus à son accroissement.

Etant donné que cet écart de taux réel peut être interprété comme un indicateur de politique monétaire, il est important de considérer des effets de taille, la dynamique et la persistance de cet écart pouvant être différentes pour des valeurs importantes ou faibles de l'accroissement de l'écart entre r_t et sa valeur moyenne r^* . En particulier, la politique monétaire ayant un impact sur l'économie réelle par l'intermédiaire du niveau du taux d'intérêt réel comparativement à sa valeur naturelle, le changement de régime n'intervient qu'au delà d'un certain seuil pour l'écart de taux réel.

Cet écart doit également être pris en compte sur une période plus ou moins longue en raison, entre autres, du délai de réaction de la Banque Centrale, de l'inertie des anticipations ainsi que du lissage des taux d'intérêt directs. Dans notre spécification SETAR, la dynamique de l'écart de taux réel RIG_t est fonction de sa différence longue d'ordre m (i.e. $RIG_{t-1} - RIG_{t-m-1}$)¹². Ce choix présente en

¹²Un modèle spécifiant une transition lisse plutôt que soudaine constituerait un cadre plus général pour notre étude. Malheureusement les propriétés économétriques des tests utilisés dans cet article

particulier l'avantage de vérifier la condition de stationnarité sous les hypothèses alternatives d'un processus RIG_t $I(1)$ ou $I(0)$, condition requise pour l'utilisation de la série comme variable de transition.

Dans le cadre d'un modèle à seuil avec deux régimes, le processus RIG_t peut être décrit par un modèle M-SETAR en réécrivant (8) comme suit:

$$\Delta RIG_t = \Theta_1 x_{t-1} (1 - I_t(\lambda, m)) + \Theta_2 x_{t-1} I_t(\lambda, m) + e_t \quad (9)$$

avec $x_{t-1} = [RIG_{t-1} \Delta RIG_{t-1} \dots \Delta RIG_{t-p}]'$. Les coefficients sont partitionnés pour chacun des deux régimes de la manière suivante $\Theta_i = [\phi_i \ A_i]$ avec $i \in \{1, 2\}$. $\phi_i = (\rho_i - 1)$ est un scalaire et A_i est un vecteur à p dimensions. La fonction indicatrice $I_t(\lambda, m)$ est égale à 1 si la valeur de la variable de transition $Z_{t-1} = RIG_{t-1} - RIG_{t-m-1}$ est supérieure à un certain seuil λ :

$$I_t(\lambda, m) = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_{t-1} \geq \lambda \\ 0 & \text{si } Z_{t-1} < \lambda \end{cases} \quad (10)$$

Le paramètre de seuil λ est inconnu et doit être estimé. Un tel modèle M-SETAR décrit des dynamiques d'ajustement distinctes selon que la variable de transition retardée d'une période Z_{t-1} excède ou non la valeur du paramètre de seuil λ .

3 Tests de linéarité et de racine unitaire

Les estimations de (9) vont être utilisées pour effectuer une inférence concernant les paramètres du modèle en se basant sur les statistiques de Wald et du t de Student.

3.1 Test de l'hypothèse nulle de linéarité

La présence d'un effet de seuil dans les modèles précédents est testée par l'égalité des deux vecteurs de coefficients dans l'équation (9):

$$H_0 : \{\Theta_1 = \Theta_2\}$$

Sous cette hypothèse nulle, il n'y a pas d'effets de seuil et le modèle est donc linéaire. Parmi les statistiques de test proposées dans la littérature pour tester la présence d'un effet de seuil, nous allons retenir la statistique de Wald W_T :

$$W_T(\lambda) = T \left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2(\lambda)} - 1 \right) \quad (11)$$

ne sont pas connues dans le cas d'une transition lisse. En outre, une étude du taux d'intérêt réel américain a été effectuée par Kapetanios, Shin et Snell (2003) dans le cadre d'un modèle à seuil avec une fonction de transition lisse de forme exponentielle (modèle ESTAR). Pour la même série de taux d'intérêt réel étudiée dans cet article, ces auteurs ne rejettent pas l'hypothèse de linéarité.

Dans (11), $\hat{\sigma}^2(\lambda)$ est défini comme la variance résiduelle de l'estimation (9) pour un seuil λ fixé et $\hat{\sigma}_0^2$ est la variance estimée des résidus du modèle linéaire sous l'hypothèse nulle. La distribution de cette statistique de test est cependant non pivotale du fait de la présence des paramètres de nuisance m et λ . En s'inspirant des résultats de Hansen (1996), il est possible de contourner ce problème en fournissant une estimation préalable de ces paramètres.

Chan (1993) propose de choisir la valeur du paramètre de seuil dans un intervalle tronqué $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2]$ dont les bornes vérifient $P[Z_t \leq \lambda_1] = 15\%$ et $P[Z_t \leq \lambda_2] = 85\%$ ¹³. Le seuil retenu $\hat{\lambda}$ est celui qui minimise les variances estimées $\hat{\sigma}^2(\lambda)$:

$$\hat{\lambda} = \arg \min_{\lambda \in \Lambda} \hat{\sigma}^2(\lambda) \quad (12)$$

avec $\hat{\sigma}^2(\lambda) = T^{-1} \sum_{t=1}^{t=T} \hat{e}_t(\lambda)^2$ où \hat{e}_t sont les résidus de (9) par la méthode des moindres carrés pour un seuil λ appartenant à l'ensemble Λ . Le paramètre m retenu correspond à la valeur maximale de la statistique de Wald pour des retards $m \in \{1, \dots, M\}$:

$$\hat{m} = \arg \sup_{m \in \{1, \dots, M\}} W_T(m) \quad (13)$$

où $W_T(m)$ est la statistique sup-Wald calculée en fonction de m .

A partir des valeurs $\hat{\lambda}$ et \hat{m} , l'estimation des coefficients vectoriels Θ_1 et Θ_2 de l'équation (9) est alors obtenue par régression des moindres carrés:

$$\Delta RIG_t = \hat{\Theta}_1 x_{t-1} \left(1 - I_t(\hat{\lambda}, \hat{m})\right) + \hat{\Theta}_2 x_{t-1} I_t(\hat{\lambda}, \hat{m}) + \hat{e}_t \quad (14)$$

$$\text{où } I_t(\hat{\lambda}, \hat{m}) = \begin{cases} 1 & \text{si } Z_{t-1} \geq \hat{\lambda} \\ 0 & \text{si } Z_{t-1} < \hat{\lambda} \end{cases} \quad \text{avec } Z_{t-1} = RIG_{t-1} - RIG_{t-\hat{m}-1}$$

L'hypothèse nulle $\{\Theta_1 = \Theta_2\}$ est rejetée pour de grandes valeurs de W_T .

L'inconvénient majeur des procédures de test pour un effet de seuil utilisant la statistique de Wald réside dans le fait qu'elles ont été construites pour des situations où les processus sont stationnaires. Or, nous nous intéressons à l'application de ces techniques pour des séries éventuellement intégrées d'ordre un. En présence d'une racine unitaire, la distribution asymptotique de cette statistique de test est différente et surtout n'est plus pivotale. Afin de calculer les valeurs critiques, une méthode de rééchantillonnage est présentée en annexe et sera mise en oeuvre au cours de l'application empirique.

¹³Ceci permet de disposer d'un minimum de 15% des observations dans chacun des régimes, ce qui correspond à un bon compromis entre puissance et taille du test d'après Andrews et Ploberger (1994).

D'autre part, un test de racine unitaire contre une alternative stationnaire mais non-linéaire nécessite la construction d'une statistique de test spécifique par rapport à cette alternative.

3.2 Régimes multiples et racine occasionnellement unitaire

Un test d'intégration conçu spécifiquement dans un cadre non-linéaire se justifie par le fait que différentes études de Monte Carlo¹⁴ ont mis en valeur la faiblesse des tests de racine unitaire usuels (*Augmented Dickey Fuller*, *Phillips-Perron*,...) pour rejeter l'hypothèse nulle de racine unitaire si le Processus Générateur des Données (PGD) est en réalité un processus stationnaire avec des effets de seuil. Cette faible puissance augmente le risque de considérer la série à tort comme intégrée d'ordre un lorsque la non-linéarité n'est pas spécifiée dans le modèle. Cela nous incite à réexaminer l'hypothèse d'intégration de la série une fois les effets non-linéaires pris en compte.

Les paramètres ϕ_1 et ϕ_2 dans le modèle (9) contrôlent la stationnarité du processus Z_t . L'hypothèse retenue pour un test de racine unitaire est alors

$$H_0 : \{\phi_1 = \phi_2 = 0\}$$

Si cette hypothèse est vérifiée, le modèle (9) peut être réécrit comme une représentation auto-régressive pour la variable ΔRIG_t de telle sorte que RIG_t est une variable $I(1)$.

La statistique de test utilisée pour tester H_0 contre l'alternative générale $\{\phi_1 \neq 0 \text{ ou } \phi_2 \neq 0\}$ est la statistique de Wald calculée à partir de (14). Cette statistique s'écrit:

$$R_{2T} = t_1^2 + t_2^2 \tag{15}$$

où t_1 et t_2 sont les t -stats pour $\hat{\phi}_1$ et $\hat{\phi}_2$ dans (14).

Etant donné que l'hypothèse alternative générale $\{\phi_1 \neq 0 \text{ ou } \phi_2 \neq 0\}$ n'est pas unilatérale, la statistique de Wald bilatérale R_{2T} peut posséder une puissance plus faible que sa version unilatérale. Nous pouvons alors considérer la version unilatérale de la statistique de Wald afin de se concentrer uniquement sur les valeurs négatives de $\hat{\phi}_1$ et de $\hat{\phi}_2$:

$$R_{1T} = t_1^2 I_{[\hat{\phi}_1 < 0]} + t_2^2 I_{[\hat{\phi}_2 < 0]}$$

Cette statistique R_{1T} teste l'hypothèse nulle H_0 contre l'hypothèse alternative

$$H_1 : \{\phi_1 < 0 \text{ et } \phi_2 < 0\}$$

¹⁴Cf. Pippenger et Goering (1993) et Caner et Hansen (2001).

Mais il existe un troisième cas intermédiaire où seul un des régimes est stationnaire:

$$H_2 : \begin{cases} \phi_1 < 0 \text{ et } \phi_2 = 0 \\ \text{ou} \\ \phi_1 = 0 \text{ et } \phi_2 < 0 \end{cases}$$

Si H_2 est vérifiée, alors le processus RIG_t est stationnaire dans un régime mais aura un comportement non stationnaire dans l'autre. Dans un tel cas, il s'agit d'un processus "occasionnellement" intégré, le processus étant intégré d'ordre 1 uniquement dans un régime.

Alors qu'une statistique de test R_{1T} ou R_{2T} significative peut justifier le rejet de l'hypothèse nulle de racine unitaire, elle n'est pas en mesure de discriminer entre l'hypothèse de stationnarité globale H_1 et celle de racine occasionnellement unitaire H_2 . Cela nécessite un test spécifiquement construit pour l'alternative stationnaire H_2 qui consiste à examiner les valeurs négatives des t -statistiques individuelles t_1 et t_2 . Si une des statistiques t_1 et t_2 est significative, cela signifie que l'hypothèse H_2 d'une racine "occasionnellement" unitaire est cohérente avec les données. Cette dernière procédure de test nous permet de discriminer entre les hypothèses H_0 , H_1 et H_2 . Le tableau 1 récapitule les différentes statistiques pour chaque hypothèse alternative associée.

| Statistique de test | Hypothèse alternative correspondante |
|---------------------|--------------------------------------|
| R_{2T} | $\phi_1 \neq 0$ ou $\phi_2 \neq 0$ |
| R_{1T} | $\phi_1 < 0$ ou $\phi_2 < 0$ |
| t_1 | $\phi_1 < 0$ |
| t_2 | $\phi_2 < 0$ |

Table 1: Tableau récapitulatif des statistiques de tests

4 Application empirique

Dans cette section, les tests de linéarité et de racine unitaire sont appliqués à la série du taux d'intérêt réel à laquelle a été retirée une partie déterministe qui évolue avec le temps. La première étape consiste en l'estimation de cette composante déterministe et en l'identification de la date de rupture. La présence d'éventuels effets de seuil pour la série d'écart de taux réel est étudiée par l'intermédiaire du test de linéarité dans une seconde étape. Ensuite, l'hypothèse de racine unitaire est testée pour chacun des régimes.

4.1 Première étape: estimation de la composante déterministe

Le taux d'intérêt nominal i_t correspond à la moyenne mensuelle des prix de clôture du second marché des bons du Trésor à trois mois¹⁵. Le taux d'inflation est calculé comme le taux de croissance annualisé (en glissement trimestriel¹⁶) de l'Indice mensuel des Prix à la Consommation¹⁷ P_t , soit $\pi_{t+3} = 400 \times (\frac{P_{t+3}}{P_t} - 1)$. La série mensuelle du taux d'intérêt réel est obtenue comme la différence entre le taux d'intérêt nominal et le taux d'inflation (selon la formule de Fisher $r_t = i_t - \pi_{t+3}$).

L'étude empirique est effectuée sur la série de taux d'intérêt réel de janvier 1952 à septembre 2006. A l'instar de Bec, Ben Salem et Mac Donald (2006), nous allons nous concentrer sur la série filtrée de sa partie déterministe pour l'étude des effets de seuil.

Dans le cadre de la première étape, l'estimation de l'équation (7) nous donne les résultats suivants:

$$r_t = 0.34 + 2.0 \times B_t + RIG_t$$

$$\text{avec } B_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 1980.1 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'écart de taux réel RIG_t représente le taux d'intérêt réel centré autour d'une moyenne qui change de valeur après une date de rupture estimée par le modèle. La date de rupture estimée par la méthode endogène de Zivot et Andrews (1992) correspond à janvier 1980 ($TB = 1980.1$). Cette date conditionne la variable indicatrice B_t qui permet le changement dans la moyenne de r_t . Par conséquent, la valeur moyenne estimée pour le taux d'intérêt réel est de 0.34% avant 1980 mais de 2.34% à partir de janvier 1980¹⁸. Cette date est communément admise pour représenter le changement de régime pour la politique monétaire aux Etats-Unis suite à la nomination de Paul Volcker à la tête de la FED en octobre 1979¹⁹.

¹⁵La série est annualisée pour une année de 360 jours et est publiée dans le *Federal Reserve Bulletin, Board of Governors of the Federal Reserve System*.

¹⁶Puisqu'il s'agit de prendre en compte la perte de pouvoir d'achat sur une période en relation avec la maturité du titre, nous construisons une série de taux d'inflation correspondant au mouvement des prix sur trois mois.

¹⁷L'IPC P_t représente la moyenne des prix urbains américains ("all items") corrigée des variations saisonnières du Bureau des statistiques du travail (*Bureau of Labor Statistics*); code de la série: CUUR0000SA0, base 100 en 1982-84.

¹⁸Cette date de rupture est cohérente avec les estimations obtenues dans d'autres études, notamment celles de Garcia et Perron (1996), Bai et Perron (2003) et Caporale et Grier (2005).

¹⁹Bien que la méthode de Zivot et Andrews (1992) soit construite dans un cadre linéaire pour la partie stochastique, nous l'avons utilisée pour estimer la date de rupture de la partie déterministe d'un processus à seuil. Même si nous supposons que cette approche reste valable dans un tel cadre, il serait intéressant de le vérifier statistiquement. Ce projet de recherche est actuellement à l'étude (cf. Million (2007a)). Toutefois, la pertinence économique de la date de rupture obtenue

4.2 Deuxième étape: étude de l'écart de taux réel

Dans une deuxième étape, nous nous intéressons à la dynamique de l'écart de taux réel RIG_t . Afin de mettre en oeuvre les tests de linéarité et de racine unitaire, il est nécessaire de connaître la valeur du paramètre retard m et du paramètre de seuil λ .

La méthode endogène (13) avec $M = 15$ pour la détermination du paramètre m recommande un retard de 10 mois pour la variable de transition Z_t . En retenant un retard d'ordre 10 pour la variable de transition, nous obtenons alors une statistique de Wald qui est la plus favorable au rejet de l'hypothèse nulle de linéarité. Or, le choix d'un retard de 3 mois nous fournit une valeur quasi-identique pour la somme des carrés des résidus et donc une valeur quasi-identique pour la statistique de Wald. Cela signifie que le choix de $\hat{m} = 3$ aboutit à la même conclusion du test et, comme l'indiquent Caner et Hansen (2001), des modèles avec des différences plus courtes sont préférables, toutes choses égales par ailleurs. En outre, ce délai de trois mois correspond davantage au délai de réaction de la FED et à son lissage de taux. Nous allons donc retenir $\hat{m} = 3$ pour la suite de l'exercice, si bien que la variable de transition retenue est la croissance sur un trimestre de l'écart de taux réel, soit: $Z_t = RIG_t - RIG_{t-3}$.

La valeur estimée du seuil par la méthode endogène (12) est $\hat{\lambda} = 2.21$. Ceci nous indique que la représentation M-SETAR des écarts du taux d'intérêt réel par rapport à sa moyenne change de régime lorsque la différence longue (sur un trimestre) est supérieure à 2.21%.

En ce qui concerne l'estimation du modèle (9) avec un ajustement de type M-SETAR, nous avons les résultats suivants (les écarts-types sont entre parenthèses et les variables non explicatives ont été omises):

$$\Delta RIG_t = \begin{cases} -0.08RIG_{t-1} - 0.80\Delta RIG_{t-3} + \dots - 0.16\Delta RIG_{t-15} + \hat{e}_t & \text{si } Z_{t-1} < 2.21 \\ (0.03) & (0.05) & (0.05) \\ -0.04RIG_{t-1} - 0.25\Delta RIG_{t-2} + \dots + 0.3\Delta RIG_{t-11} + \hat{e}_t & \text{si } Z_{t-1} \geq 2.21 \\ (0.05) & (0.1) & (0.12) \end{cases}$$

La valeur obtenue de la statistique de Wald pour $\hat{m} = 3$ (cf. tableau 2) nous indique qu'il existe une très faible probabilité qu'une modélisation linéaire soit validée par les données. En effet, sa valeur de 60.4 est associée à une p-value obtenue par bootstrap très faible, inférieure à 1%. Nous rejetons donc au seuil de 1% l'hypothèse nulle de linéarité pour notre modèle.

Puisqu'une modélisation non-linéaire est davantage adéquate pour l'écart de taux réel, il est possible de s'intéresser à l'hypothèse de racine unitaire dans le cadre de notre représentation à seuil.

et sa conformité par rapport à d'autres estimations dans la littérature constitue un garde-fou par rapport à une utilisation erronée de la méthode.

| Test de linéarité | W_T | B. p-value | \hat{m} | $\hat{\lambda}$ |
|-------------------|-------|------------|-----------|-----------------|
| Valeurs | 60.4 | 0.00% | 3 | 2.21 |

Table 2: Résultats du test de linéarité

D'après les résultats des tests de racine unitaire, les statistiques bilatérale R_{2T} et unilatérale R_{1T} rejettent l'hypothèse d'un processus intégré d'ordre un mais seulement au seuil de 10%, les p-values respectives obtenues par bootstrap étant toutes les deux supérieures à 5% (cf. tableau 3). Nous sommes donc enclins à retenir l'hypothèse d'un processus intégré d'ordre un au seuil de 5%, mais de manière globale, sans faire de distinction entre les régimes. Or, comme l'hypothèse de linéarité a été rejetée précédemment, il est possible de considérer que ce résultat de forte persistance où la statistique de test estimée se situe entre les valeurs critiques à 5% et 10%, provient de l'agrégation des deux t -statistiques individuelles t_1 et t_2 correspondant à chacun des régimes, d'après l'équation (15). En effet, il suffit que l'une des t -stat soit très favorable à l'hypothèse d'intégration pour que l'hypothèse jointe des deux coefficients ϕ_1 et ϕ_2 égaux à 0 ne soit pas rejetée par les statistiques bilatérale R_{2T} et unilatérale R_{1T} .

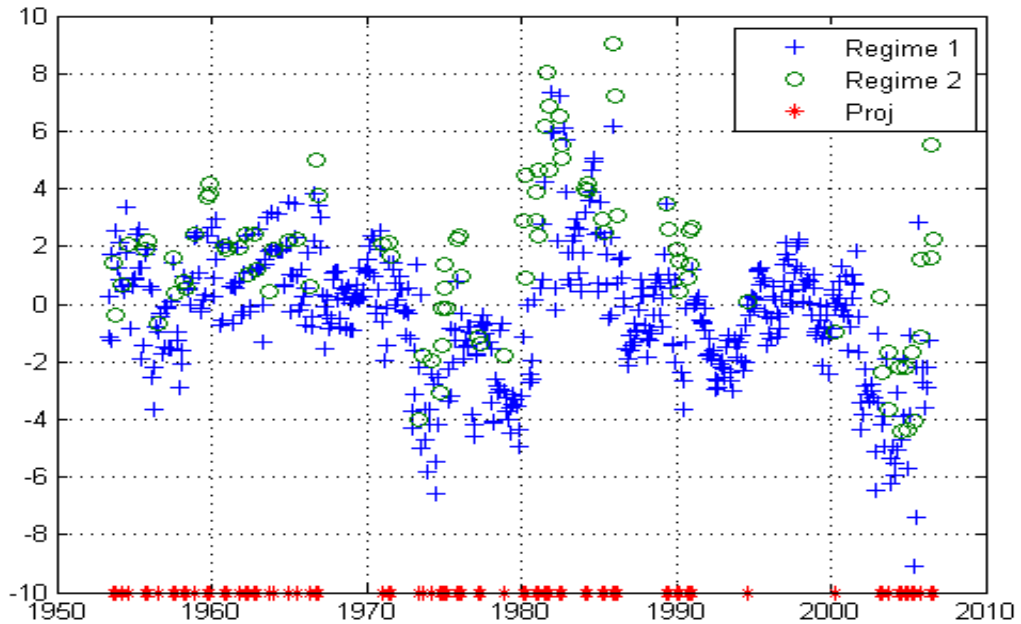


Figure 1: Répartition des régimes pour l'écart de taux réel américain.

C'est la raison pour laquelle il est nécessaire de mettre en oeuvre les tests de racine unitaire pour chacun des régimes (avec les stat. t_1 et t_2). D'après les résultats des tests, nous nous apercevons que cette hypothèse $\{\phi_i = 0\}$ est effectivement rejetée pour le régime 1 ($i = 1$) mais non pour le régime 2 ($i = 2$). En effet, en se basant sur les *p-values* obtenues par rééchantillonnage, celle de la t-stat t_1 est inférieure à 5% à l'inverse de celle de t_2 qui est proche de 62%. Ainsi, il s'avère que la persistance des chocs est beaucoup plus importante lorsque l'accélération de *RIG* sur le dernier trimestre est relativement forte. Plus précisément, l'écart de taux réel semble se comporter comme une martingale dès que son accroissement au cours du trimestre passé est supérieur au seuil de 2.21.

| Statistique de test | Hypothèse alternative | Stat. | Boot. p-value |
|---------------------|------------------------------------|-------|---------------|
| R_{2T} | $\phi_1 \neq 0$ ou $\phi_2 \neq 0$ | 10.03 | 7.94% |
| R_{1T} | $\phi_1 < 0$ ou $\phi_2 < 0$ | 10.03 | 6.84% |
| t_1 | $\phi_1 < 0$ | 3.08 | 2.92% |
| t_2 | $\phi_2 < 0$ | 0.74 | 61.58% |

Table 3: Résultats des tests de racine unitaire

Le graphique 1 retrace la trajectoire de l'écart de taux réel *RIG*, les valeurs positives représentant un taux d'intérêt réel supérieur à sa valeur moyenne. Nous identifions donc les phases de contraction de la politique monétaire, notamment pendant la première moitié des années 1980 et à la fin des années 1990. A l'inverse, les années 1970, le début des années 1990 et surtout la période depuis la fin de l'année 2000 jusqu'en juin 2004 témoignent d'un assouplissement de la politique monétaire. En ce qui concerne la répartition entre les deux régimes, les observations du régime 2 se concentrent majoritairement au-dessus de zéro, c'est-à-dire pour des valeurs positives de *RIG*. A partir de leur projection sur l'axe des abscisses (série 'Proj'), nous constatons que ces observations forment différents groupes liés à certaines périodes. D'après le graphique 2, les périodes pour ce régime 2 correspondent approximativement aux décennies 1950 et 1960 de manière épisodique mais surtout à la période des chocs pétroliers (milieu des années 1970) et à la période de désinflation de Volcker²⁰ (début des années 1980). Ces épisodes témoignent aussi de périodes d'instabilité financière (guerre du Golfe) et notamment du resserrement de la politique monétaire américaine depuis le milieu de l'année 2004. Nous pouvons également relever l'aspect erratique du taux d'intérêt réel pendant les années 1950 et 1960, les deux régimes alternant de manière rapide. Par contraste, la décennie des années 1990 tranche par son étonnante stabilité, le régime 2 y apparaissant très

²⁰Pour ce dernier épisode, il est nécessaire malgré tout d'avoir à l'esprit le cas particulier de "l'expérience Volcker" où le taux directeur n'était pas exogène mais résultait d'un ciblage de la base monétaire.

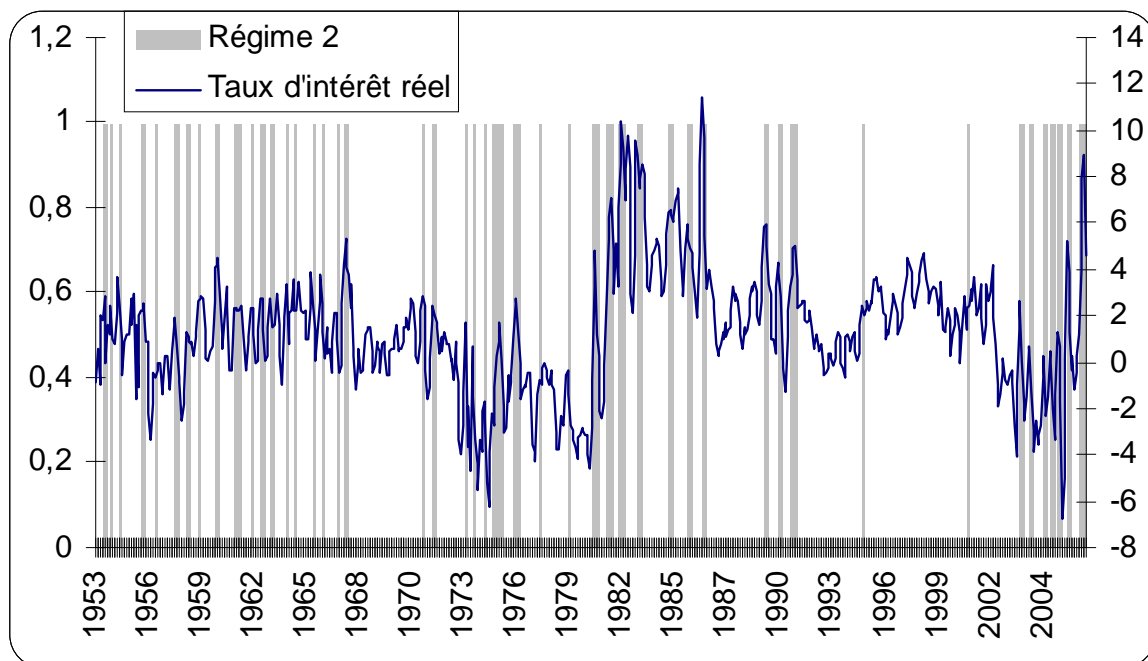


Figure 2: Taux d'intérêt réel (échelle de droite) et zones d'apparition du régime 2 (en grisé)

peu. Ce résultat est cohérent avec la plupart des études qui ont conclu à la stationnarité du taux d'intérêt réel autour de sa valeur naturelle sous la présidence d'Alan Greenspan (voir par exemple Laubach et Williams (2003)).

Ainsi, le modèle M-SETAR nous a permis d'identifier parmi les observations de l'écart de taux réel celles qui correspondent à un comportement de martingale. Pour ce régime, la FED s'est comportée de manière beaucoup plus 'réactive', en réagissant de telle sorte que le taux réel s'écarte de manière importante par rapport à sa valeur moyenne afin d'obtenir les effets désirés sur l'économie réelle. Dans le cadre traditionnel du canal du crédit, cette hausse de l'écart de taux réel a augmenté le coût du capital, freinant ainsi la demande globale. Cette interprétation économique permet de mettre en lumière le rôle de la FED dans les périodes de turbulence constatées sur les marchés monétaires à court terme.

5 Conclusion

Cet article visait à vérifier simultanément l'hypothèse de non-linéarité et celle de non-stationnarité pour le taux d'intérêt réel américain sur les cinquante dernières années dans le cadre d'une représentation M-SETAR. La démarche adoptée correspond à une procédure en deux étapes où les parties déterministe et stochastique du processus ont été traitées successivement. En particulier, l'introduction préalable d'une rupture structurelle a permis de neutraliser une certaine instabilité de la partie déterministe et de mieux étudier les asymétries de l'écart de taux réel.

Les conclusions empiriques des tests de linéarité penchent vers un processus à seuil à deux régimes avec un saut en niveau. D'après le test de linéarité, la dynamique du taux d'intérêt réel centré autour d'une moyenne (qui change de valeur après une date de rupture) est différente entre les deux régimes.

Ces effets de seuil correspondent à des asymétries de taille, c'est-à-dire à une dynamique différente pour la série selon l'amplitude de la variation. Les tests de racine unitaire pour chacun des régimes nous indiquent également que l'écart de taux réel est non-stationnaire lorsque son accroissement sur un trimestre est supérieur à 2.21 points, alors qu'il est stationnaire dans le premier régime (correspondant à un accroissement inférieur à 2.21). Le comportement de martingale lorsque la croissance de l'écart de taux réel est importante met en évidence le caractère asymétrique et davantage réactif de la politique monétaire lors des phases de hausse importante des taux. Aux Etats-Unis, ce régime non stationnaire apparaît lors des chocs pétroliers (milieu des années 1970), de la période de désinflation de Volcker (début des années 1980), des épisodes d'instabilité financière (guerre du Golfe, fin des années 1990) ainsi que du dernier retournement de la politique monétaire américaine (depuis 2004). La présence de ces effets asymétriques remet également en cause le traitement de l'effet Fisher complet par des méthodes linéaires.

Néanmoins, il serait intéressant de vérifier que la non-linéarité détectée provient effectivement d'un modèle à changement de régimes et non d'un processus à mémoire longue. En effet, les processus non-linéaires et les processus à mémoire longue exhibent des propriétés très proches (comme une fonction d'autocorrélation lentement décroissante), ce qui rend les deux modèles concurrents pour décrire la forte persistance d'une série²¹. Toutefois, l'interprétation de la persistance du taux d'intérêt réel par le biais de changements de régime (plutôt que comme le résultat d'un processus à mémoire longue) a certains avantages en ce qui concerne la prévision, comme le souligne Gouriéroux (1999). En effet, l'hypothèse de processus fractionnaire reposant sur des formules de prévision linéaires fait intervenir de nombreux retards alors que l'hypothèse de processus à changements de régime est plus parcimonieuse

²¹Voir également Diebold et Inoue (2001) à propos du risque de confusion entre un processus avec changements de régime markovien et un processus à mémoire longue.

dans le sens où elle conduit à effectuer des prévisions glissantes en prenant un nombre assez faible de retards. Alternativement, l'étude d'une racine fractionnaire pour le taux d'intérêt réel peut être effectuée uniquement dans le régime le plus persistant du modèle à seuil, à l'instar de Dufrenot et al. (2005). Ce travail de recherche sera effectué ultérieurement.

References

- ANDREWS, D. ET W. PLOBERGER (1994): “Optimal Tests When a Nuisance Parameter Is Present Only under the Alternative,” *Econometrica*, 62, 1383–1414.
- BAI, J. ET P. PERRON (2003): “Multiple Structural Change Models,” *Journal of Applied Econometrics*, 18, 1–22.
- BEC, F., M. BEN SALEM, ET F. COLLARD (2002): “Asymmetries in Monetary Policy Reaction Function: Evidence for US, French and German Central Banks,” *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 6 (2), 1006.
- BEC, F., M. BEN SALEM, ET R. MACDONALD (2006): “Real exchange rates and real interest rates; a nonlinear perspective,” *Louvain Economic Review*, 72 (2).
- CANER, M. ET B. HANSEN (2001): “Threshold Autoregressions with a Unit Root,” *Econometrica*, 69, 1555–1596.
- CAPORALE, T. ET K. GRIER (2000): “Political regime change and the real interest rate,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 32, 320–334.
- (2005): “Inflation, Presidents, Fed Chairs, and Regime Shifts in the US real interest rate,” *Journal of Money, Credit and Banking*, 37, 1153–1163.
- CARRASCO, M. (2002): “Misspecified Structural Change, Threshold, and Markov-switching models,” *Journal of Econometrics*, 109, 239–73.
- CHAN, K. S. (1993): “Consistency and limiting distribution of the least squares estimator of a threshold autoregressive model,” *The Annals of Statistics*, 21, 520–33.
- COORAY, A. (2002): “The Fisher Effect: a review of the literature,” Macquaire University, Department of Economics.
- DIEBOLD, F. X. ET A. INOUE (2001): “Long memory and regime switching,” *Journal of Econometrics*, 105, 131–159.
- DOLADO, J. J., R. PEDRERO, ET F. J. RUGE-MURCIA (2004): “Non-Linear Monetary Policy Rules: Some New Evidence for the US,” *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 1155–43.
- DUFRENOT, G., D. GUÉGAN, ET A. PEGUIN-FEISSOLLE (2005): “Long-memory dynamics in a SETAR model - applications to stock markets,” *Int. Fin., Inst. and Money*, 15, 391–406.

- EVANS, M. ET K. LEWIS (1995): “Do Expected Shifts in Inflation Affect Estimates of the Long-Run Fisher Relation?” *Journal of Finance*, 50, 225–253.
- FAMA, E. F. ET M. R. GIBBONS (1982): “Inflation, Real Returns and Capital Investment,” *Journal of Monetary Economics*, 9, 297–324.
- FISHER, I. (1930): *The Theory of Interest*, New York (reprinted A. M. Kelly, 1965).
- GARCIA, R. ET P. PERRON (1996): “An Analysis of the Real Interest Rate under Regime Shifts,” *The Review of Economics and Statistics*, 78, 111–125.
- GIAMMARIOLI, N. ET N. VALLA (2004): “The natural real interest rate and monetary policy: a review,” *Journal of Policy Modeling*, 26, 641–660.
- GOURIÉROUX, C. (1999): “La mémoire longue en économie: discussion sur l’article de S. Lardic et V. Mignon,” *Journal de la Société Française de Statistique*, 140, 61–64.
- HANSEN, B. E. (1996): “Inference When a Nuisance Parameter is Not Identified under the Null Hypothesis,” *Econometrica*, 64, 413–430.
- HUIZINGA, J. ET F. S. MISHKIN (1986): “Monetary Policy regime shifts and the unusual behavior of real interest rates,” NBER Working paper series 1678.
- KAPETANIOS, G., Y. SHIN, ET A. SNELL (2003): “Testing for a unit root in the nonlinear STAR framework,” *Journal of Econometrics*, 112, 359–379.
- KIM, D., D. OSBORN, ET M. SENSIER (2005): “Nonlinearity in the Fed’s Monetary Policy Rule,” *Journal of Applied Econometrics*, 20, 621–39.
- LAUBACH, T. ET J. WILLIAMS (2003): “Measuring the Natural Rate of Interest,” *The Review of Economics and Statistics*, 85, 1063–1070.
- MILLION, N. (2007a): “Determining the break date with threshold effects: robustness of standard methods,” Manuscript, Banque de France.
- (2007b): “Effet peso: présentation théorique et application à la politique monétaire,” Documents de travail du Centre d’Economie de la Sorbonne, N°12.
- MÉSONNIER, J. ET J. RENNE (2006): “A time-varying “Natural” rate of interest for the Euro area,” *European Economic Review*, forthcoming.
- NELSON, C. ET G. W. SCHWERT (1977): “Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation: On Testing the Hypothesis That the Real Rate of Interest is Constant,” *American Economic Review*, 67, 478–86.

- ORPHANIDES, A. ET D. WILCOX (2002): “The Opportunistic Approach to Disinflation,” *International Finance*, 5, 47–71.
- PERRON, P. (1990): “Testing for a unit root in a time series with a changing mean,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 153–162.
- PIPPENGER, M. K. ET G. E. GOERING (1993): “A Note on the Empirical Power of Unit Root Tests under Threshold Processes,” *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, 473–481.
- RAPACH, E. ET C. E. WEBER (2004): “Are Real Interest Rates really nonstationary? New evidence from tests with good size and power?” *Journal of Macroeconomics*, 26, 409–430.
- ROSE, A. (1988): “Is the Real Interest Stable?” *Journal of Finance*, 43, 1095–1112.
- SHOME, D., S. SMITH, ET J. PINKERTON (1988): “The purchasing power of money and interest rates: A re-examination,” *Journal of Finance*, 1113–1125.
- TAYLOR, J. (1993): “Discretion Versus Policy Rules in Practice,” *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, 195–214.
- WALSH, C. (1987): “Three questions concerning nominal and real interest rates,” *Federal Reserve Bank of San Francisco*, 4, 5–20.
- WICKSELL, K. (1936): *Interest and Prices*, MacMillan, London (translation of the 1898 edition by R.-F. Kahn).
- ZIVOT, E. ET D. W. K. ANDREWS (1992): “Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock and the Unit-Root Hypothesis.” *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251–270.

6 Annexe:

6.1 Détermination des valeurs critiques à distance finie pour le test de linéarité

Sous l'hypothèse nulle de linéarité, le modèle (9) se réduit à

$$\Delta RIG_t = \phi RIG_{t-1} + A' \tilde{\Delta RIG}_{t-1} + e_t \quad (16)$$

où $\tilde{\Delta RIG}_{t-1} = [\Delta RIG_{t-1} \dots \Delta RIG_{t-p}]'$. Cette équation de régression est entièrement déterminée par ϕ , A et la distribution F des erreurs e_t , de telle sorte que nous pouvons utiliser des procédures de rééchantillonnage paramétriques pour approximer la distribution de la statistique W_T . Cela nous permettra de calculer les valeurs critiques et les fonctions "p-values" à distance finie.

La procédure de rééchantillonnage dans le cadre d'une estimation non contrainte est alors décrite comme suit. Soient $(\tilde{\phi}, \tilde{A}, \tilde{F})$ les estimations de (ϕ, A, F) . Soit e_t^b un échantillon aléatoire obtenu à partir de \tilde{F} et soit RIG_t^b le processus généré par

$$\Delta RIG_t^b = \tilde{\phi} RIG_{t-1}^b + \tilde{A}' \tilde{\Delta RIG}_{t-1}^b + e_t^b$$

avec $\tilde{\Delta RIG}_{t-1}^b = [\Delta RIG_{t-1}^b \dots \Delta RIG_{t-p}^b]'$. Soit W_T^b la statistique de Wald pour le test de linéarité obtenue à partir de la série RIG_t^b .

En pratique, la "p-value" obtenue par bootstrap est calculée grâce à des tirages aléatoires au cours desquels un nombre important de statistiques W_T^b est généré. La "p-value" correspondante p_T est approchée par la fréquence de réalisation de l'événement $[W_T^b > W_T]$. Plus précisément, la fonction "p-value" obtenue par bootstrap est $p_T = P[W_T^b > W_T / \mathfrak{S}_T]$ où \mathfrak{S}_T est la filtration naturelle. La distribution de W_T^b utilisée pour le test de linéarité est alors la distribution rééchantillonnée de la statistique du test de Wald.

Pour mettre en oeuvre cette procédure, il est nécessaire de disposer de valeurs pour les estimations $(\tilde{\phi}, \tilde{A}, \tilde{F})$. Pour ϕ et A , l'estimation doit respecter l'hypothèse nulle, ce qui est le cas par exemple de l'estimation des moindres carrés $(\tilde{\phi}, \tilde{A})$ de ΔRIG_t sur x_t . Une estimation pour F est la distribution empirique des résidus \tilde{e}_t .

Notes d'Études et de Recherche

171. O. Darné et V. Brunhes-Lesage, « L'Indicateur Synthétique Mensuel d'Activité (ISMA) : une révision », Juillet 2007.
172. R. Kierzenkowski et V. Oung, « L'évolution des crédits à l'habitat en France : une grille d'analyse en termes de cycles », Juillet 2007.
173. O. de Bandt, A. Banerjee and T. Koźluk, "Measuring Long-Run Exchange Rate Pass-Through," July 2007.
174. J. Alho and V. Borgy, "Global Ageing and Macroeconomic Consequences of Demographic Uncertainty in a Multi-regional Model," July 2007.
175. J.-S. Mésonnier and J.-P. Renne, "Does uncertainty make a time-varying natural rate of interest irrelevant for the conduct of monetary policy?," September 2007.
176. J. Idier and S. Nardelli, "Probability of informed trading: an empirical application to the euro overnight market rate," September 2007.
177. H. Partouche, "Time-Varying Coefficients in a GMM Framework: Estimation of a Forward Looking Taylor Rule for the Federal Reserve," September 2007.
178. C. Ewerhart and N. Valla, "Financial Market Liquidity and the Lender of Last Resort," September 2007.
179. C. Ewerhart and N. Valla, "Forced Portfolio Liquidation," September 2007.
180. P.-A. Beretti and G. Cetto, "Indirect ICT Investment," September 2007.
181. E. Jondeau and J.-G. Sahuc, "Testing heterogeneity within the euro area," September 2007.
182. J.-G. Sahuc and Frank Smets, "Differences in Interest Rate Policy at the ECB and the Fed: An Investigation with a Medium-Scale DSGE Model," September 2007.
183. J. Coffinet and S. Gouteron, "Euro Area Market Reactions to the Monetary Developments Press Release," October 2007.
184. C. Poilly, "Does Money Matter for the Identification of Monetary Policy Shocks: A DSGE Perspective," October 2007.
185. E. Dhyne, C. Fuss, H. Pesaran and P. Sevestre, "Lumpy Price Adjustments: a Microeconometric Analysis," October 2007.
186. R. Cooper, H. Kempf and D. Peled, "Regional Debt in Monetary Unions: Is it Inflationary?," November 2007.
187. M. Adanero-Donderis, O. Darné and L. Ferrara, « Deux indicateurs probabilistes de retournement cyclique pour l'économie française », Novembre 2007.
188. H. Bertholon, A. Monfort and F. Pegoraro, "Pricing and Inference with Mixtures of Conditionally Normal Processes," November 2007.
189. A. Monfort and F. Pegoraro, "Multi-Lag Term Structure Models with Stochastic Risk Premia," November 2007.

190. F. Collard, P. Fève and J. Matheron, "The Dynamic Effects of Disinflation Policies," November 2007.
191. A. Monfort and F. Pegoraro, "Switching VARMA Term Structure Models - Extended Version," December 2007.
192. V. Chauvin and A. Devulder, "An Inflation Forecasting Model For The Euro Area," January 2008.
193. J. Coffinet, « La prévision des taux d'intérêt à partir de contrats futures : l'apport de variables économiques et financières », Janvier 2008.
194. A. Barbier de la Serre, S. Frappa, J. Montornès et M. Murez, « La transmission des taux de marché aux taux bancaires : une estimation sur données individuelles françaises », Janvier 2008.
195. S. Guilloux and E. Kharroubi, "Some Preliminary Evidence on the Globalization-Inflation nexus," January 2008.
196. H. Kempf and L. von Thadden, "On policy interactions among nations: when do cooperation and commitment matter?," January 2008.
197. P. Askenazy, C. Cahn and D. Irac "On "Competition, R&D, and the Cost of Innovation," February 2008.
198. P. Aghion, P. Askenazy, N. Berman, G. Cette and L. Eymard, "Credit Constraints and the Cyclicity of R&D Investment: Evidence from France," February 2008.
199. C. Poilly and J.-G. Sahuc, "Welfare Implications of Heterogeneous Labor Markets in a Currency Area," February 2008.
200. P. Fève, J. Matheron et J.-G. Sahuc, « Chocs d'offre et optimalité de la politique monétaire dans la zone euro », Février 2008.
201. N. Million, « Test simultané de la non-stationnarité et de la non-linéarité : une application au taux d'intérêt réel américain », Février 2008.

Pour accéder à la liste complète des Notes d'Études et de Recherche publiées par la Banque de France veuillez consulter le site : <http://www.banque-france.fr/fr/publications/ner/ner.htm>

For a complete list of Working Papers published by the Banque de France, please visit the website: <http://www.banque-france.fr/gb/publications/ner/ner.htm>

Pour tous commentaires ou demandes sur les Notes d'Études et de Recherche, contacter la bibliothèque de la direction de la recherche à l'adresse suivante :

For any comment or enquiries on the Working Papers, contact the library of the Research Directorate at the following address :

BANQUE DE FRANCE
41- 1404 Labolog
75049 Paris Cedex 01
tél : 0033 (0)1 42 92 49 55 ou 62 65
fax :0033 (0)1 42 92 62 92
email : thierry.demoulin@banque-france.fr
jeannine.agoutin@banque-france.fr