

Interactions entre cycles réels, cycles boursiers et taux d'intérêt : faits stylisés

S. AVOUYI-DOVI, J. MATHERON

Direction générale des Études et des Relations internationales

Centre de Recherche

Cet article propose d'étudier les co-mouvements entre indices boursiers et activité réelle au cours du cycle économique en France, en Allemagne, en Italie, au Royaume-Uni et aux États-Unis. Partant du principe qu'il n'existe ni une unique définition du cycle économique ni une unique méthode pour l'étudier, ce phénomène est analysé au moyen de deux approches complémentaires.

En premier lieu, les points de retournement des indicateurs d'activité réelle et des indices boursiers sont indentifiés et on détermine dans quelle mesure ces séries concordent, c'est-à-dire se retrouvent régulièrement et de façon significative dans la même phase du cycle. En second lieu, on propose de décomposer les séries étudiées en une partie dite « cyclique » et une partie dite « permanente » afin de calculer les corrélations entre les composantes cycliques des indicateurs d'activité réelle et des excès de rentabilité, d'un côté, et les corrélations entre les composantes permanentes des mêmes indicateurs, de l'autre. Cette seconde partie est complétée par une analyse des co-mouvements entre les taux d'intérêt à trois mois et les composantes cycliques et permanentes de l'activité et de la bourse.

Deux conclusions principales émergent de ces différentes analyses : (i) il ne semble pas exister un fort lien de dépendance entre les marchés boursiers et le niveau d'activité à court terme, sauf aux États-Unis ; (ii) à plus long terme, l'activité réelle et les marchés boursiers semblent partager les mêmes déterminants. En revanche, il paraît difficile d'identifier de façon claire un impact des prix d'actifs sur la conduite de la politique monétaire, identifiée ici par les taux à trois mois du marché monétaire. En général, on ne détecte pas de relation significative entre les parties cycliques des excès de rentabilité et des taux monétaires ; on n'observe pas non plus de lien significatif entre les composantes permanentes de ces mêmes variables.

L'accroissement spectaculaire des prix d'actifs jusqu'en 2000 dans la plupart des pays développés a fait l'objet d'une attention soutenue et a relancé le débat sur leur prise en compte dans la définition des stratégies de politique monétaire. Pour certains observateurs, l'intérêt porté aux prix d'actifs, en particulier les cours boursiers, s'explique par une évolution de ces prix déconnectée de celle des facteurs économiques fondamentaux, c'est-à-dire

l'apparition d'une bulle spéculative. Derrière cette interprétation, se profile le spectre des sévères conséquences de l'éclatement de cette bulle : rareté des opportunités de financement, baisse généralisée de l'investissement, baisse de la production et, finalement, récession durable. Pour d'autres, les prix des actifs boursiers auraient une influence sur les prix des biens et services et affecteraient, par ce biais, l'évolution de l'activité et de l'inflation.

Ces théories sont aujourd'hui au cœur du débat sur la pertinence de la prise en compte des prix d'actifs dans la conduite de la politique monétaire, soit comme une cible, soit comme un instrument ¹. Toutefois, le lien empirique entre prix d'actifs et activité réelle, d'un côté, ainsi que la relation entre activité et taux d'intérêt ou entre cours boursiers et taux d'intérêt, de l'autre, ne sont pas des faits acquis. L'objectif de ce travail est donc de dégager un ensemble de faits stylisés caractérisant ce lien, sur la base d'une analyse statistique de ces données (indicateurs d'activité, cours boursiers et taux d'intérêt).

Spécifiquement, nous proposons d'étudier les co-mouvements entre indices boursiers, activité réelle et taux d'intérêt au cours du cycle économique. Partant du principe qu'il n'existe pas de définition unique du cycle économique, nous adoptons une démarche agnostique du point de vue méthodologique.

L'approche classique caractérise le cycle comme une succession de phases d'expansion et de récession. Formellement, les phases d'expansion sont définies comme les périodes de temps séparant un creux d'un pic ; à l'opposé, les phases de récession correspondent aux périodes séparant un pic d'un creux. Le point crucial de cette approche consiste alors à définir et à identifier de façon précise les pics et les creux.

Bien que tombée en désuétude après les années soixante-dix, cette vision du cycle a récemment fait l'objet de plusieurs études grâce, notamment, à Harding et Pagan (2002a,b) ², qui ont proposé une méthode simple pour analyser la concordance entre deux variables macroéconomiques. Par définition, l'indice de concordance représente le nombre moyen (normalisé) de périodes où deux variables (par exemple, le PIB et un indice boursier) se retrouvent dans la même phase du cycle.

L'approche classique définit le cycle économique directement par l'analyse de l'évolution du niveau d'une variable, le PIB par exemple. L'approche moderne permet, comme on l'a déjà signalé, de séparer une variable en deux composantes, l'une

cyclique ou de court terme et l'autre permanente ou structurelle, par des techniques statistiques appropriées (filtrage). Comme son nom l'indique, la partie cyclique est assimilable au cycle économique. Notons qu'il n'est pas possible de détecter une tendance dans cette dernière. De ce fait, il est possible de calculer des corrélations entre les composantes cycliques de deux variables pour étudier leur co-mouvement (c'est-à-dire la similarité de leur profil). En revanche, on montre que la partie permanente d'une variable tendancielle est, elle aussi, dirigée par une tendance. Dans ce cas, pour éviter la mise en évidence de relations fallacieuses, c'est le taux de croissance des composantes permanentes qui sera étudié. On pourra aussi évaluer les corrélations entre taux de croissance des composantes permanentes de deux variables pour étudier leur co-mouvement.

Comme les notions de concordance et de corrélation ne recouvrent pas les mêmes réalités, il est intéressant de recourir à ces deux outils dans une étude cherchant à caractériser des faits stylisés relatifs au cycle économique.

La première section est consacrée à l'analyse empirique de l'indicateur de concordance ; la seconde décrit, dans un premier temps, l'évolution des variables étudiées (activité, cours boursiers et taux d'intérêt), en distinguant les composantes cycliques (ou de court terme) et les composantes permanentes (ou de long terme), puis compare, dans un second temps, les variables à l'aide des corrélations dynamiques de leurs composantes de même nature (cyclique, cyclique et permanente, permanente).

Dans les deux sections, on rapproche les résultats obtenus sur les cycles réels et boursiers des politiques monétaires appliquées au cours de la période étudiée : dans un premier temps, on analyse le comportement des taux d'intérêt de court terme au cours des phases d'expansion et de récession de l'activité ou des cours boursiers ; dans un second temps, on calcule, d'une part, les corrélations entre les parties cycliques de l'activité, des cours boursiers et des taux d'intérêt et, de l'autre, les corrélations entre les parties permanentes de ces variables.

¹ Une importante littérature théorique s'est récemment développée sur ce sujet. Cf. Bernanke et Gertler (2001), Bullard et Schalling (2002), Filardo (2000) et les références citées dans ces papiers

² Pour une application récente sur données euro, cf. Artis et alii (2003)

1| Concordance entre cycles réels et cycles boursiers : une analyse empirique

Nous proposons d'utiliser comme indicateur de concordance une statistique descriptive récemment développée par Harding et Pagan (2002a,b) et mise en œuvre également au Fonds monétaire international (FMI) par Cashin et *alii*, (1999) et McDermott et Scott (2000). Cashin et *alii* ont appliqué cette méthode à l'analyse de la concordance des prix des biens, tandis que McDermott et Scott s'en étaient servis pour une étude de la concordance des cycles réels dans les principaux pays de l'OCDE.

La méthode sous-jacente est fondée sur les travaux du *National Bureau of Economic Research* (NBER) et consiste à dater les points de retournement d'un cycle. À partir de ces derniers, on assimile une période de récession au laps de temps qui sépare un point haut (pic) du point bas qui le suit (creux). À partir de là, on peut définir des phases de récession et d'expansion pour une ou plusieurs variables et il est possible de définir la statistique de concordance qui indique le nombre (normalisé) moyen de périodes où deux variables (par exemple, le PIB et un indice boursier) se sont retrouvées dans la même phase du cycle³. Il y a parfaite concordance entre les séries (parfaite juxtaposition des expansions et des récessions) si l'indice vaut 1 et parfaite anticoncordance (décalage prononcé ou opposition de phase) si l'indice vaut 0.

1|1 Présentation des données

Nous cherchons à étudier la relation entre cycles réels et cycles boursiers en Allemagne, aux États-Unis, en France, en Italie et au Royaume-Uni⁴. Les cours boursiers sont constitués d'indices synthétiques de marchés calculés par Morgan Stanley Capital International (MSCI), déflatés par l'indice des prix à la consommation. Ces variables sont disponibles en fréquences trimestrielle et mensuelle. Nous retenons trois variables pour définir le cycle réel : en fréquence trimestrielle, le PIB marchand et la consommation des ménages (ces variables sont extraites de la base OCDE sur la période d'étude allant du deuxième trimestre 1978 au troisième trimestre 2002) ; en

fréquence mensuelle, les ventes au détail (en volume, sur la période janvier 1978-décembre 2002). Cette série n'étant disponible qu'à partir de 1990 dans le cas de l'Italie, nous excluons ce pays de notre analyse en fréquence mensuelle. En outre, l'indice des ventes en fréquence mensuelle affiche un comportement très erratique, qui risque de masquer certains points de retournement : afin de nous prémunir contre ce phénomène, nous préfiltrons ces données⁵ pour éliminer de ces séries les parties les plus erratiques et concentrer l'analyse sur une version corrigée de ces variables.

Encadré 1

Données empiriques

Les données utilisées dans ce travail sont détaillées ci-dessous.

- Données financières : indice de rendement MSCI extraits de Datastream. Pour calculer les excès de rentabilité, nous utilisons les taux d'intérêt nominaux sur des obligations d'État (annualisés) pour les États-Unis, la France et le Royaume-Uni, le taux de dépôt interbancaire pour l'Allemagne et le taux d'intérêt du marché monétaire pour l'Italie. Pour l'ensemble de ces pays, nous utilisons les taux d'intérêt à trois mois du marché monétaire comme indicateurs de la politique monétaire. Ces données sont extraites de la base du FMI.
- Données réelles : le PIB réel marchand et la consommation privée réelle correspondent à des volumes aux prix de 1995. Les ventes réelles correspondent à l'indice des ventes au détail en volume (base 1995). Ces données sont extraites de la base de l'OCDE. Nous utilisons aussi l'indice des prix à la consommation issu de la même base pour déflater les indices de rendements.

³ Cf. l'annexe 2 (A) pour de plus amples détails

⁴ Pour une présentation des données, cf. l'encadré 1

⁵ Cf. Watson (1994)

1|2 Résultats

Les points de retournement du PIB réel, de la consommation privée réelle et des indices de rendement MSCI en fréquence trimestrielles sont reportés en annexe 1 sur les graphiques 1, 2, et 3, respectivement. Ceux de l'indice des ventes au détail et des indices de rendement MSCI en fréquence mensuelle sont reportés sur les graphiques 4 et 5, respectivement.

En fréquence trimestrielle, les enseignements tirés des graphiques relatifs aux variables d'activité (graphiques 1 et 2) sont globalement compatibles et cohérents avec l'analyse de McDermott et Scott (2000) et celle d'Artis et *alii* (2003). On n'observe naturellement pas une parfaite identité entre les cycles décrits par le PIB réel et la consommation privée réelle. En France, par exemple, une courte récession est visible en 1995 lorsque l'on étudie la consommation privée réelle, alors que l'économie française était dans une phase d'expansion selon le PIB. En étudiant les points de retournement observés sur les marchés boursiers, on note surtout qu'ils sont plus fréquents que dans la sphère réelle, quel que soit le pays de l'échantillon. La longue phase d'expansion des années quatre-vingt dix apparaît clairement dans chacun des pays. On observe parfois un décalage prononcé entre les phases des cycles réels et boursiers, notamment en Europe. C'est en particulier le cas au début des années deux mille.

On note que l'indice des ventes au détail est un indicateur plus ou moins fiable de la consommation privée et qu'il est plus volatil que cette dernière. Ce sont ces deux indicateurs qu'il faut toutefois rapprocher. Nous allons donc comparer les points de retournement déduits de l'analyse de ces deux variables. On retrouve globalement dans les indices de ventes les mêmes récessions marquées que sur la consommation, auxquelles s'ajoutent des récessions plus ponctuelles, cohérentes avec la forte volatilité des indices de ventes. On peut faire la même analyse sur les indices boursiers aux deux fréquences : toutes les récessions prononcées en fréquence trimestrielle sont confirmées en fréquence mensuelle ; là aussi, cette dernière fréquence induit plus de récessions.

Ces premiers enseignements tirés de l'analyse des graphiques incitent, à l'évidence, à étudier plus en détail les co-mouvements des variables d'activité et des cours boursiers.

Le tableau 1 en annexe 1 reprend les indices de concordance intra-pays entre les indices MSCI et les trois indicateurs d'activité que nous avons retenus.

Les États-Unis semblent caractérisés par une concordance significative entre niveau d'activité et cours boursiers. En effet, ce résultat apparaît pour les trois indicateurs d'activité retenus ; il n'est pas surprenant, compte tenu du rôle des marchés boursiers dans les placements et financements des agents économiques américains. Il n'en va pas de même pour les autres pays de l'échantillon. En particulier, on n'observe pas de phénomène de concordance des cycles dans les pays de l'Union européenne.

Ainsi, les cycles réels et boursiers n'ont pas toujours lieu aux mêmes fréquences et peuvent, de surcroît, être déphasés, hormis aux États-Unis. En effet, l'analyse des graphiques 1 (ou 2) et 3 montre que la durée d'une expansion sur les marchés boursiers est, en général, plus courte que celle du PIB ou de la consommation. Cette différence contribue naturellement à réduire le degré de concordance entre activité réelle et marchés boursiers.

Pour autant, l'absence de concordance significative dans la plupart des pays étudiés ne signifie pas nécessairement que les cycles réels et boursiers sont des phénomènes distincts ou déconnectés. Le résultat obtenu souligne simplement le fait que les périodes d'expansion et de récession du PIB et des cours boursiers, par exemple, ne coïncident pas.

Il s'avère que, aux États-Unis, les entrées en récession boursière (c'est-à-dire les dates de pics) précèdent les récessions de l'activité mesurée par le PIB réel⁶. Le délai oscille entre un et quatre trimestres. Notons que toutes les récessions boursières ne se traduisent pas par des récessions réelles. En particulier, lorsque les premières sont très courtes, comme en 1987, elles ne semblent pas contaminer l'activité. On constate un phénomène similaire en Europe, par exemple en France et en Italie. Comme aux États-Unis, mais de façon moins marquée, les entrées en récession du PIB sont précédées par des récessions boursières. Également, la plupart des récessions boursières survenues dans ces deux pays n'ont pas donné lieu à des récessions réelles.

⁶ À ce jour, il n'existe pas de statistiques permettant de tester la significativité de ces décalages.

En ce qui concerne l'Allemagne et le Royaume-Uni, on ne constate pas de règle similaire. Les récessions boursières peuvent devancer les récessions réelles de plus d'un an, ou les suivre d'autant.

Ainsi, contrairement à une idée reçue, il ne semble pas toujours pertinent d'utiliser les retournements négatifs sur les marchés boursiers comme indicateurs avancés d'une entrée en récession du PIB ou de la consommation.

Si l'on s'intéresse maintenant aux relations entre la politique monétaire et les cycles réels et boursiers, on note une relative déconnexion entre certaines périodes de récession sur l'activité réelle ou sur les marchés boursiers et l'évolution des taux du marché monétaire, pris ici comme indicateurs de la politique monétaire (graphique 6). Une comparaison entre marchés boursiers et marchés monétaires ne permet pas de dégager une règle claire : pour le cycle réel, il arrive qu'une baisse des taux coïncide plus ou moins avec une récession mais, là aussi, il est difficile d'établir une règle générale. Ce graphique suggère ainsi que les taux d'intérêt monétaires n'ont pas réagi de façon systématique et coïncidente aux

retournements de l'activité ou des marchés boursiers dans les pays étudiés. Ceci correspond, en théorie, au mandat des autorités monétaires ainsi qu'à la façon dont on modélise les règles de politique monétaire dans les travaux macroéconomiques récents ⁷.

Les indices de concordance nous ont permis de mesurer le degré de « juxtaposition » entre deux séries chronologiques, sans avoir à nous interroger sur la question de la présence d'une tendance dans les variables (problème de non-stationnarité). Rappelons, toutefois, qu'il s'agit ici d'un seul aspect de la notion de cycle.

Il pourrait donc être intéressant de poursuivre l'étude en gardant les notions de phase et de durée, sans s'astreindre à manipuler des indicateurs aussi limitatifs que les indices de concordance. Pour ce faire, nous proposons, dans la seconde section, de décomposer les différentes séries étudiées, afin d'isoler des composantes de long terme (ou composantes permanentes) et de court terme (ou composantes cycliques), ces dernières correspondant au concept de cycle économique proposé par le NBER.

2 | Corrélations des composantes cycliques et permanentes

À la suite des travaux du NBER, on identifie le cycle d'activité à l'ensemble des mouvements dont la période de reproduction est comprise entre 6 et 32 trimestres. Ceci correspond aux fréquences du cycle économique. Dans le prolongement de cette démarche, la littérature macroéconomique récente définit les mouvements d'une variable (a_t) selon les fréquences temporelles de reproduction de ses composantes. Celle correspondant au cycle économique est déterminée comme le résidu obtenu après élimination des mouvements longs, imputables aux facteurs économiques structurels (τ_t) ⁸. Par construction, les variables « résiduelles » ($a_t - \tau_t$) obtenues par des techniques statistiques robustes (filtrage) sont sans tendance (stationnaires). Il est alors possible de calculer les corrélations entre les différentes composantes des séries (partie cyclique, partie permanente), dans l'espoir d'isoler un ensemble de régularités statistiques ou faits stylisés qui caractérisent le cycle économique.

L'analyse de ces composantes suppose qu'il est possible de les isoler les unes des autres. À cette fin, nous utilisons une technique très robuste récemment proposée par Christiano et Fitzgerald (2003) (« filtre de CF ») ⁹. Ainsi, pour chaque pays et chaque variable (a_t), nous définissons des composantes de court terme (ou composantes cycliques, a_t^{ct}) et des composantes de long terme (ou composantes permanentes, a_t^{lt}) et calculons les corrélations entre les composantes de même nature.

2|1 Mise en œuvre de la méthode

Les différents indicateurs d'activité sont les logarithmes du PIB marchand et de la consommation privée en termes réels ; pour la sphère financière, nous nous intéressons au rendement des actions en excès du taux sans risque (excès de rentabilité) ¹⁰. On limite ici l'analyse aux fréquences trimestrielles.

⁷ Cf., notamment, les travaux reproduits dans l'ouvrage collectif édité par Taylor (1999)

⁸ C'est l'approche qui a été généralement adoptée à la suite des travaux de Kydland et Prescott (1982).

⁹ Cf. annexe 2(B) pour de plus amples détails

¹⁰ Les excès de rentabilité sont définis comme la différence entre les rendements nominaux des actifs boursiers et des titres d'État à trois mois.

Deux applications sont proposées. Pour chaque pays, nous calculons la corrélation entre les parties cycliques (ou composantes de court terme) des variables étudiées, ainsi que la corrélation entre les parties permanentes (ou composantes de long terme). Pour ces dernières, nous ne traitons pas les indicateurs d'activité réelle et les mesures de rendement de la même façon. En effet, ces indicateurs d'activité sont caractérisés par des tendances et ne possèdent donc pas les propriétés statistiques requises (ils ne sont pas stationnaires) pour évaluer des corrélations¹¹. On montre que leurs composantes de long terme sont, elles aussi, non stationnaires. De ce fait, nous nous intéressons aux taux de croissance des composantes permanentes qui sont, en général, stationnaires (en particulier, ils ne sont pas caractérisés par une tendance). À l'inverse, les rendements des actions en excès du taux sans risque et leurs composantes sont stationnaires. Nous pouvons donc étudier ces variables en niveau. (Pour plus de détails, cf. l'encadré 2.)

2/2 Résultats

Les tableaux 2 et 3 de l'annexe 1 ne permettent pas de conclure à l'existence d'une liaison forte entre les composantes cycliques du PIB ou de la consommation et celles des excès de rentabilité dans les différents pays considérés.

Toutefois, aux États-Unis, en France et en Allemagne, la corrélation entre y_{t+k}^{ct} et x_t^{ct} est significativement positive pour $k=2$ ou 3 trimestres. Cela signifie qu'une variation positive de la composante cyclique du PIB en $t+2$ ou en $t+3$ va de pair avec une variation positive de la composante cyclique de l'excès de rentabilité en t . En d'autres termes, une variation positive de la partie cyclique du PIB fait suite à un accroissement de la partie cyclique de l'excès de rentabilité avec deux ou trois trimestres de décalage¹². Même si les parts des actions dans le patrimoine des ménages sont différentes de part et d'autre de l'Atlantique¹³, les réactions de ces trois économies dénotent une certaine convergence. On retrouve un lien similaire dans le cas de la composante cyclique de la consommation, même si le décalage dans la corrélation semble plus proche de trois trimestres.

En revanche, les corrélations entre le taux de croissance de la partie permanente du PIB et la

Encadré 2

Détermination des composantes

Pour déterminer les composantes cycliques, nous nous appuyons sur la définition classique du cycle présentée précédemment. Pour l'ensemble des variables étudiées, le cycle économique est assimilé à l'ensemble des mouvements dont la période de reproduction est comprise entre 6 et 32 trimestres. Pour isoler les composantes permanentes, nous appliquons le filtre de CF de façon à éliminer tous les mouvements cycliques dont la période de reproduction est inférieure à 32 trimestres. Nous calculons alors la différence entre la série initiale et la série filtrée, afin de ne retenir que la composante permanente.

Notons y_t le logarithme du PIB réel en t et x_t l'excès de rentabilité en t . Pour chaque pays i ($i = \text{Allemagne, États-Unis, France, Italie, Royaume-Uni}$), nous calculons les corrélations suivantes :

- corrélation entre les composantes cycliques du PIB et des excès de rentabilité, $y_{t+k}^{ct}(i)$ et $x_t^{ct}(i)$, pour $k = -3, \dots, 3$;
- corrélation entre le taux de croissance de la composante permanente du PIB, $\Delta y_{t+k}^{lt}(i)$ et la composante permanente de l'excès de rentabilité $x_t^{lt}(i)$, pour $k = -3, \dots, 3$;

où Δ indique l'opérateur différence première ($\Delta a_t = a_t - a_{t-1}$). Le choix de k allant de -3 à 3 est motivé par la pratique usuelle des études sur données américaines. Pour des raisons de symétrie, nous adoptons le même horizon pour les autres pays. Comme indiqué précédemment, l'exposant ct indique la partie de court terme et l'exposant lt indique la partie de long terme.

Ces corrélations sont estimées par une méthode économétrique robuste. C'est la méthode des moments généralisés, augmentée de la procédure HAC d'Andrews et Monahan (1992) que nous utilisons.

Nous procédons de la même façon avec la consommation réelle privée, où nous remplaçons y_t par c_t , le logarithme de la consommation.

¹¹ La notion de corrélation n'est définie que pour des variables stationnaires. En présence de non-stationnarité, l'analyse des corrélations débouche sur des relations fallacieuses.

¹² Ce résultat doit cependant être considéré avec précaution car le signe du coefficient de corrélation change parfois avec k dans certains pays (cf. la ligne correspondant aux États-Unis).

¹³ Cf. Odonnat et Rieu (2003)

partie permanente de l'excès de rentabilité sont significativement positives pour l'ensemble des pays, à horizon plus ou moins court (tableaux 4 et 5). Les déterminants structurels de l'excès de rentabilité covarieraient positivement avec ceux de l'activité. Ce résultat est globalement confirmé lorsque la consommation sert d'indicateur d'activité, au moins pour des horizons courts ¹⁴.

Si l'on rapproche les composantes cycliques et permanentes de l'indicateur d'activité, des cours boursiers et des taux d'intérêt, on note que, dans la majeure partie des pays de l'échantillon (tableau 6), à l'exception notable de la France, la corrélation entre la composante cyclique du PIB et celle du taux d'intérêt nominal est positive pour k négatif et négative pour k positif. Ces résultats semblent indiquer une politique monétaire stabilisatrice : des accroissements temporaires du niveau d'activité sont suivis par des accroissements temporaires du taux d'intérêt monétaire, lesquels précèdent une diminution de la composante cyclique du PIB. La spécificité française peut être, entre autres, due à la mise en place de la politique de « franc fort » au début des années quatre-vingt, qui a introduit une rupture.

En revanche, on ne détecte pas de relation significative entre la partie cyclique des excès de rentabilité et celle des taux d'intérêt monétaires (tableau 7), sauf au Royaume-Uni : dans l'ensemble, les fluctuations de court terme des excès de rentabilité apparaissent, à certains égards, indépendantes de celles des taux d'intérêt du marché

monétaire. Si l'on appréhende la politique monétaire *via* ces derniers, cette analyse n'exclut pas la possibilité que les autorités monétaires aient pu réagir à certains événements sur les marchés boursiers, mais elle indique que, en général, les fluctuations de la bourse ne jouent pas de rôle déterminant dans la conduite de leur politique.

Le tableau 8 suggère l'existence d'une relation négative entre la composante de long terme du taux d'intérêt monétaire et celle du PIB réel aux États-Unis, en France et en Allemagne (où l'on observe un phénomène de décalage). Cette relation signifie qu'un accroissement durable du taux d'intérêt monétaire se traduit par une baisse du taux de croissance de la composante de long terme du PIB. On pourrait compléter l'interprétation de ce résultat en rapprochant les composantes de long terme de l'activité et du taux d'intérêt réel, calculé *ex ante*, comme le veut la théorie économique. Toutefois, cet exercice n'est pas aisé car on ne dispose pas d'une mesure simple et fiable de ce dernier.

Enfin, on n'observe pas de lien significatif entre les parties de long terme du taux d'intérêt monétaire et des excès de rentabilité (tableau 9), sauf au Royaume-Uni et, dans une moindre mesure, aux États-Unis. La composante de long terme des taux d'intérêt ne semble donc pas réagir à la partie permanente des excès de rentabilité, sauf dans les pays anglo-saxons, sans doute en raison du poids des actifs boursiers dans le patrimoine des agents, caractéristique de ces pays.

¹⁴ On peut rapprocher ces conclusions de celle de Daniel et Marshall (1998). Ces auteurs montrent qu'il n'est pas possible de rejeter des versions augmentées du Consumption-based Capital Asset Pricing Model (C-CAPM) lorsque consommation et excès de rentabilité ont été purgés de leurs mouvements cycliques de court terme.

La compréhension du lien pouvant exister entre cycles réels et cycles boursiers et l'éventuelle exploitation de ces derniers en vue d'améliorer la conduite de la politique monétaire requièrent, au préalable, d'identifier les faits stylisés de cette relation.

En pratique, nous avons proposé d'étudier les liens entre cycles réels et boursiers en utilisant deux approches complémentaires permettant de mesurer les co-mouvements entre ces phénomènes.

Dans un premier temps, suivant la tradition du NBER, nous avons défini le cycle économique comme une succession de phases d'expansion et de récession pour, ensuite, rapprocher les cycles détectés sur deux variables en évaluant leur indice de concordance. Cet exercice a permis surtout de mettre en évidence un phénomène significatif de concordance entre cycles réels et boursiers aux États-Unis.

Dans un second temps, suivant la méthodologie dominante en macroéconomie appliquée, nous avons proposé d'analyser ce lien en décomposant les variables étudiées en composantes de court et de long termes et en calculant les corrélations entre composantes de même nature (cyclique, cyclique et permanente, permanente).

Deux conclusions émergent de nos différentes analyses : (i) il ne semble pas exister un fort lien de dépendance entre les marchés boursiers et le niveau d'activité aux fréquences du cycle économique, sauf aux États-Unis ; (ii) à plus long terme, il apparaît que l'activité réelle et les marchés boursiers partagent les mêmes déterminants. Dans tous les cas, nous ne pouvons pas identifier de façon claire un impact des prix d'actifs sur l'évolution des taux d'intérêt à trois mois, supposée décrire celle de la politique monétaire dans les pays étudiés. En général, on ne détecte pas de relation significative entre les parties cycliques des excès de rentabilité et des taux d'intérêt monétaires ; on n'observe pas non plus de lien significatif entre les composantes permanentes de ces mêmes variables

Ces conclusions semblent robustes. Toutefois, il pourrait être intéressant de revenir sur la dichotomie entre court et long termes à l'aide d'une approche fondée sur une analyse comportementale des agents (ou microéconomique des marchés). On y tâchera, notamment, d'identifier des mécanismes de transmission permettant de rendre compte des liens entre cycles réels et boursiers.

Bibliographie

- Andrews (D.) et Monahan (C.) (1992) : « *An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimator* », *Econometrica*, 60, p. 953-966
- Artis (M.), Marcellino (M.) et Proietti (T.) (2003) : « *Dating the Euro Area Business Cycle* », *Document de travail* 3696, Center For Economic and Policy Research
- Bernanke (B.) et Gertler (M.) (2001) : « *Should Central Banks Respond to Movements in Asset Prices?* », *American Economic Review*, 91, p. 253-257
- Bry (G.) et Boschan (C.) (1971) : « *Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs* », National Bureau Economic Research
- Bullard (J.) et Schalling (E.) (2002) : « *Why the Fed Should Ignore the Stock Market* », *Economic Review of the Federal Reserve Bank of St. Louis*, 84, p. 35-41
- Canova (F.) (1998) : « *Does Detrending Matter for the Determination of the Reference Cycle and the Selection of Turning Points?* », *Economic Journal*, 109, p. 126-150
- Cashin (P.), McDermott (J.) et Scott (A.) (1999) : « *The Myth of Comoving Commodity Price* », *Document de travail* 99-169, FMI
- Christiano (L.) et Fitzgerald (T.) (2003) : « *The Band Pass Filter* », *International Economic Review*, 44, p. 435-465
- Daniel (K.) et Marshall (D.) (1998) : « *Consumption-Based Modeling of Long-Horizon Returns* », *Document de travail* 18, Federal Reserve Bank of Chicago
- Filardo (A.) (2000) : « *Monetary Policy and Asset Prices* », *Economic Review of the Federal Reserve Bank of Kansas City*, p. 11-37, troisième trimestre
- Harding (D.) et Pagan (A.) (2002a) : « *Dissecting the Cycle: A Methodological Investigation* », *Journal of Monetary Economics*, 49, p. 365-381
- Harding (D.) et Pagan (A.) (2002b) : « *Synchronisation of Cycles* », *Document de travail*, Melbourne University
- Kydland (F.) et Prescott (E.) (1982) : « *Time-to-Build and Aggregate Fluctuations* », *Econometrica*, 50, p. 1345-1370
- McDermott (J.) et Scott (A.) (2000) : « *Concordance in Business Cycles* », *Document de travail* 00-37, FMI
- Odonnat (I.) et Rieu (A.-M.) (2003) : « *Les fluctuations des prix d'actifs font-elles peser un risque sur la croissance dans les grands pays industrialisés ?* », *Revue de la stabilité financière*, Banque de France, novembre
- Pagan (A.) et Sossounov (K.) (2003) : « *A Simple Framework for Analysing Bull and Bear Markets* », *Journal of Applied Econometrics*, 18, p. 23-46
- Taylor (J.) (1999) : *Monetary Policy Rules*, National Bureau Economic Research et Chicago University Press
- Watson (M.) (1994) : « *Business-Cycle Durations and Postwar Stabilization of the U.S. Economy* », *American Economic Review*, 84, p. 24-46

Annexe 1

Tableau 1
Concordance entre cycles réels et boursiers

	États-Unis	France	Allemagne	Royaume-Uni	Italie
PIB	0,68687 (*)	0,61616	0,62626	0,58586	0,54545 (*)
Consommation	0,64646 (*)	0,60606	0,66667 (*)	0,59596	0,53535
Ventes	0,73874 (*)	0,54655	0,56456	0,62462 (*)	–

Notes : Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %. Les niveaux de significativité des indices de concordance sont déterminés par la méthode de Harding et Pagan (2002b). Cf. annexe 2(B) pour plus de détails

Tableau 2
Corrélation de court terme PIB réel – rendement des actions (en excès du taux sans risque)

k	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	- 0,0097	- 0,1872	- 0,2940	- 0,2835	- 0,1528 (*)	0,0493	0,2461 (*)
France	- 0,0020	0,1015	0,2178	0,2884	0,2729 (*)	0,1789 (*)	0,0377
Allemagne	- 0,1131	- 0,1129	- 0,0438	0,0656	0,1666 (*)	0,2357 (*)	0,2625 (*)
Royaume-Uni	0,1215	0,1276	0,0875	0,0070	- 0,0675	- 0,1023	- 0,0938
Italie	0,1279	0,1631	0,1647	0,1381	0,0997	0,0769	0,0731

Notes : Corrélation entre $y_{t+k}^{ct}(i)$ et $x_t^{ct}(i)$, où i est le pays indiqué dans la première colonne. Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 3
Corrélation de court terme consommation privée réelle – rendement des actions (en excès du taux sans risque)

k	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	- 0,1076	- 0,1958	- 0,2181	- 0,1530	- 0,0165	0,1352	0,2368 (*)
France	- 0,2315	- 0,0839	0,0949	0,2280	0,2929 (*)	0,2659 (*)	0,1707
Allemagne	- 0,1902	- 0,2442	- 0,2528	- 0,2024	- 0,0995	0,0502	0,2125 (*)
Royaume-Uni	0,0208	- 0,0262	- 0,0816	- 0,0975	- 0,0609	0,0012	0,0248
Italie	- 0,0323	0,0018	0,0369	0,0793	0,1251	0,1830 (*)	0,2362 (*)

Notes : Corrélation entre $c_{t+k}^{ct}(i)$ et $x_t^{ct}(i)$. Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 4
Corrélation de long terme PIB réel – rendement des actions (en excès du taux sans risque)

<i>k</i>	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	0,6243 (*)	0,6528 (*)	0,6665 (*)	0,6653 (*)	0,6415 (*)	0,6073 (*)	0,5641 (*)
France	0,1872 (*)	0,3062 (*)	0,4179 (*)	0,5197 (*)	0,5997 (*)	0,6650 (*)	0,7143 (*)
Allemagne	0,0622	0,1381	0,2128	0,2845	0,3265 (*)	0,3663 (*)	0,4029 (*)
Royaume-Uni	0,6161 (*)	0,6242 (*)	0,6175 (*)	0,5965 (*)	0,5586 (*)	0,5093 (*)	0,4501 (*)
Italie	0,4909 (*)	0,5735 (*)	0,6424 (*)	0,6959 (*)	0,7254	0,7423	0,7462

Notes : Corrélation entre $\Delta y_{t+k}^R(i)$ et $x_t^R(i)$. Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 5
Corrélation de long terme consommation privée réelle – rendement des actions (en excès du taux sans risque)

<i>k</i>	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	0,3898	0,4041	0,4091 (*)	0,4054 (*)	0,4060	0,3989 (*)	0,3850 (*)
France	0,0629	0,1698 (*)	0,2714 (*)	0,3653 (*)	0,4580 (*)	0,5369 (*)	0,6006 (*)
Allemagne	0,0974	0,1675	0,2362	0,3019	0,3425 (*)	0,3804 (*)	0,4149 (*)
Royaume-Uni	0,3423	0,3855	0,4175	0,4380	0,4556 (*)	0,4602 (*)	0,4522 (*)
Italie	0,3377 (*)	0,4391 (*)	0,5305 (*)	0,6098 (*)	0,6598 (*)	0,6991 (*)	0,7266 (*)

Notes : Corrélation entre $\Delta c_{t+k}^R(i)$ et $x_t^R(i)$. Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 6
Corrélation de court terme PIB réel – taux d'intérêt monétaire

<i>k</i>	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	0,5341 (*)	0,6218 (*)	0,6334 (*)	0,5430 (*)	0,3629 (*)	0,1096	- 0,1750 (*)
France	0,1775	0,1996	0,1827	0,1188	0,0219	- 0,0801	- 0,1720
Allemagne	0,7303 (*)	0,7233 (*)	0,6299 (*)	0,4475 (*)	0,2020 (*)	- 0,0585	- 0,2846 (*)
Royaume-Uni	0,5535 (*)	0,5172 (*)	0,3870 (*)	0,1663	- 0,0904	- 0,3187 (*)	- 0,4740 (*)
Italie	0,5129 (*)	0,5983 (*)	0,5702 (*)	0,4524 (*)	0,2644	0,0973	- 0,0137

Note : Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 7
Corrélation de court terme rendement des actions (en excès du taux sans risque) – taux d'intérêt monétaire

<i>k</i>	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	- 0,0115	- 0,1372	- 0,2137 (*)	- 0,2298	- 0,1842	- 0,1009	- 0,0007
France	- 0,1078	- 0,1159	- 0,0643	- 0,0195	- 0,0058	- 0,0222	- 0,0417
Allemagne	0,0796	0,0778	0,0580	0,0235	- 0,0111	- 0,0231	- 0,0071
Royaume-Uni	- 0,1632	- 0,0729	0,1482	0,3792 (*)	0,4989 (*)	0,4289 (*)	0,2083 (*)
Italie	- 0,0950	- 0,0931	- 0,0750	- 0,0301	0,0367	0,1051	0,1381 (*)

Note : Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 8
Corrélation de long terme PIB réel – taux d'intérêt monétaire

<i>k</i>	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	- 0,2332	- 0,2493	- 0,2600 (*)	- 0,2646 (*)	- 0,2761 (*)	- 0,2776 (*)	- 0,2685 (*)
France	- 0,2404	- 0,2906 (*)	- 0,3363 (*)	- 0,3764 (*)	- 0,4187	- 0,4549	- 0,4835
Allemagne	0,1101	0,0233	- 0,0612	- 0,1417	- 0,2272	- 0,3044 (*)	- 0,3715 (*)
Royaume-Uni	- 0,3266	- 0,3582	- 0,3824	- 0,3986	- 0,4026	- 0,3929	- 0,3691
Italie	0,1183	0,0932 (*)	0,0732	0,0587	0,0309	0,0086	- 0,0077

Note : Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

Tableau 9
Corrélation de long terme rendement des actions (en excès du taux sans risque) – taux d'intérêt monétaire

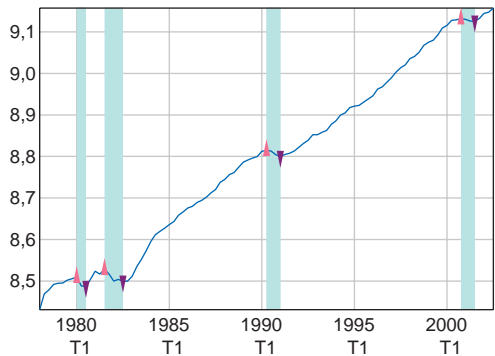
<i>k</i>	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
États-Unis	0,0312	0,0615	0,0895	0,1155 (*)	0,0606	0,0112	- 0,0316
France	- 0,1670	- 0,1386	- 0,0995	- 0,0497	- 0,0618	- 0,0630	- 0,0528
Allemagne	- 0,2636	- 0,2238	- 0,1724	- 0,1097	- 0,1036	- 0,0860	- 0,0571
Royaume-Uni	0,2013 (*)	0,2068 (*)	0,2163 (*)	0,2305 (*)	0,1796	0,1347	0,0971
Italie	0,0489	0,1047	0,1693	0,2421	0,2326	0,2276	0,2270

Note : Une étoile signale un coefficient significatif à 5 %.

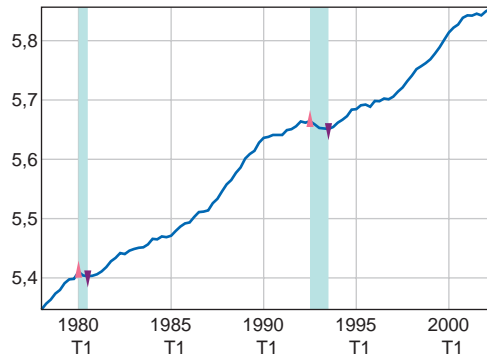
Graphique 1
Points de retournement sur le PIB réel, période 1978 (T1)-2002 (T3)

(en logarithme du niveau exprimé en monnaie locale de l'année 1995)

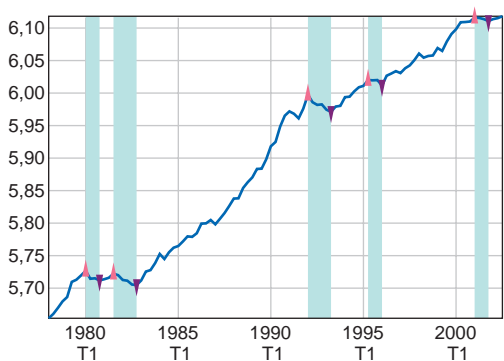
États-Unis



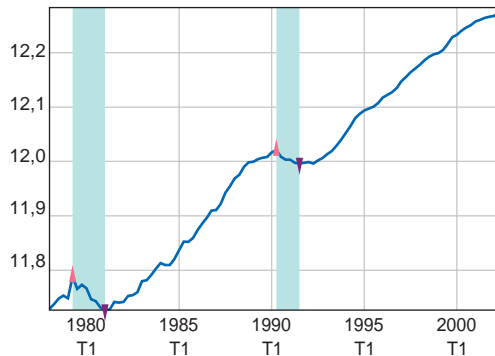
France



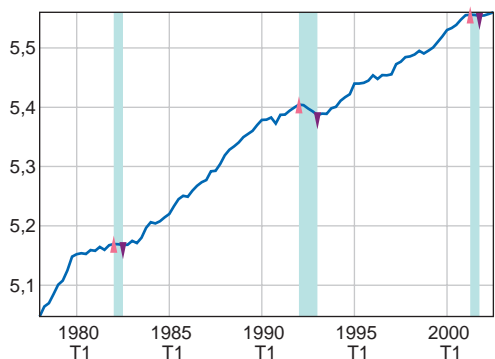
Allemagne



Royaume-Uni



Italie



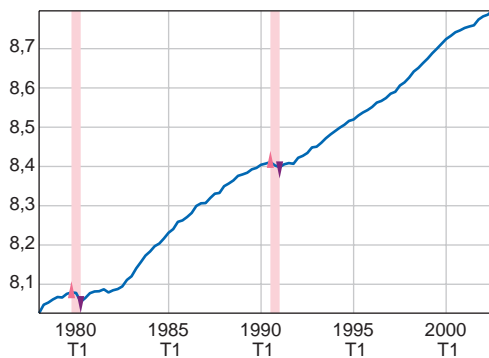
— PIB réel
 ▲ Pics
 ▼ Creux

Graphique 2

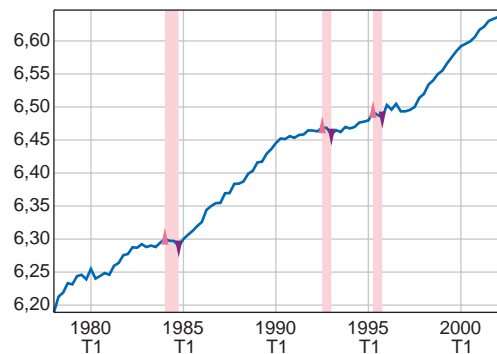
Points de retournement sur la consommation privée réelle, période 1978 (T1)-2002 (T3)

(en logarithme du niveau exprimé en monnaie locale de l'année 1995)

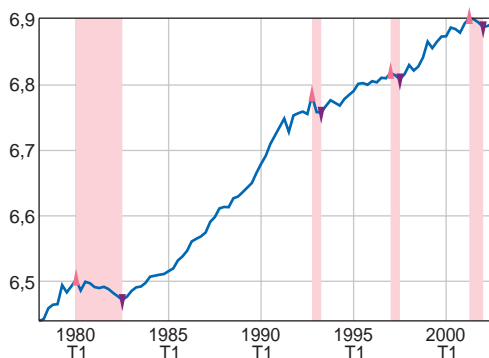
États-Unis



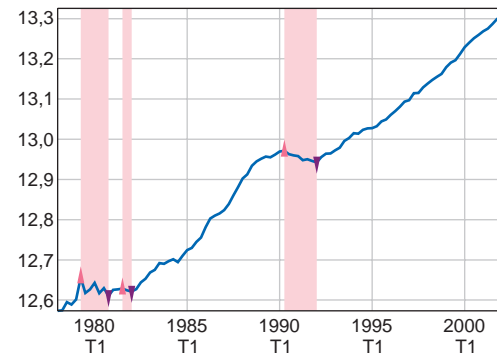
France



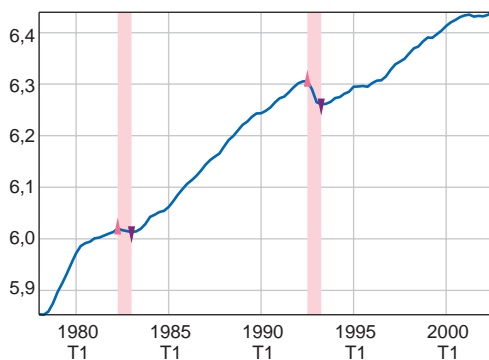
Allemagne



Royaume-Uni



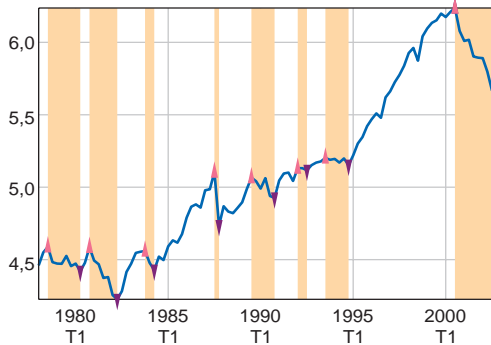
Italie



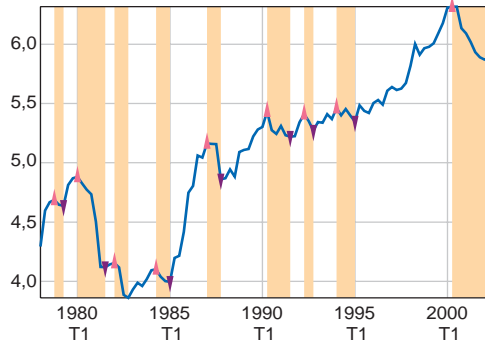
— Consommation
 ▲ Pics
 ▼ Creux

Graphique 3
Points de retournement sur les indices de rendement MSCI, période 1978 (T1)-2002 (T3)
 (en logarithme du niveau)

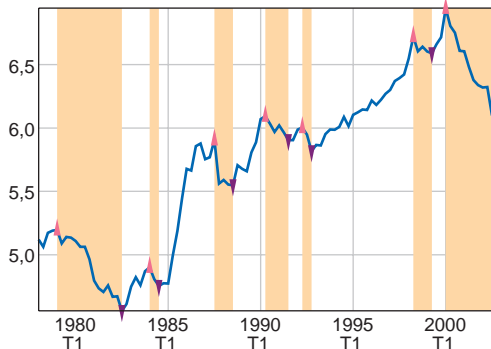
États-Unis



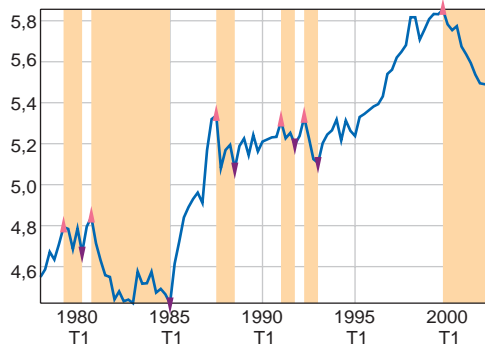
France



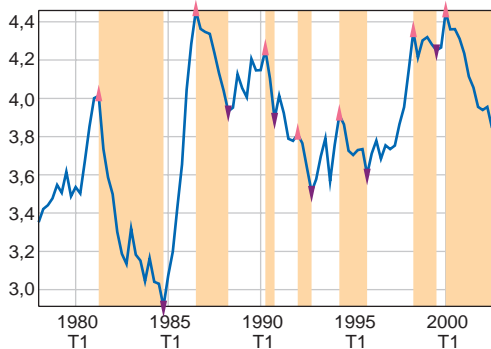
Allemagne



Royaume-Uni



Italie



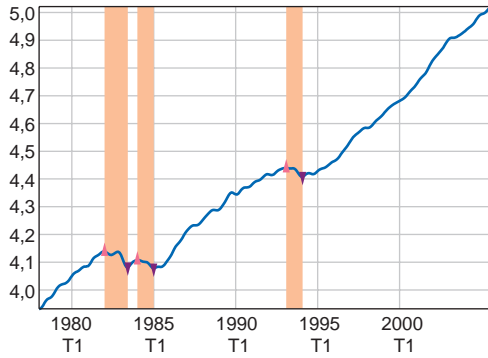
— Indices MSCI
 ▲ Pics
 ▼ Creux

Graphique 4

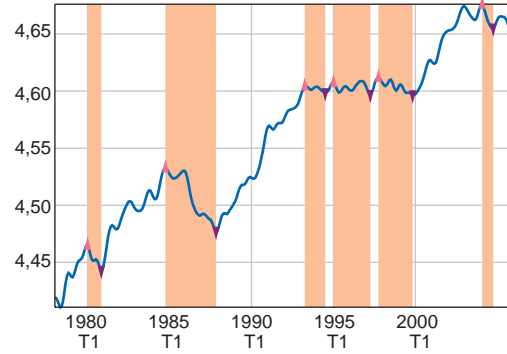
Points de retournement sur l'indice des ventes au détail réelles (filtré), période 1978 (janvier)-2002 (septembre)

(en logarithme du niveau)

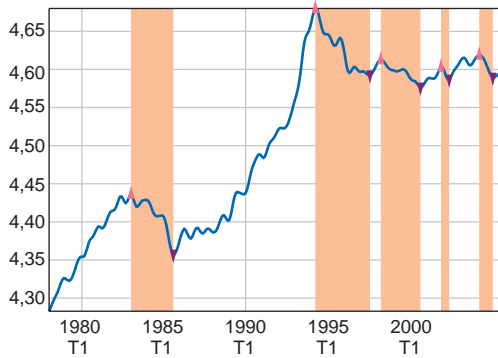
États-Unis



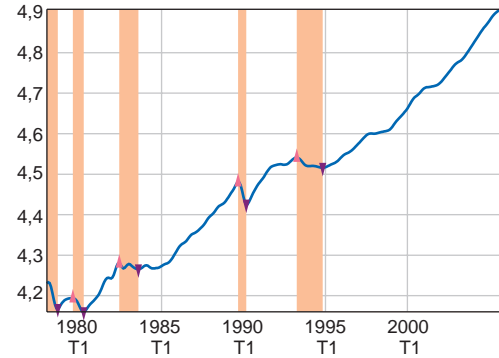
France



Allemagne



Royaume-Uni



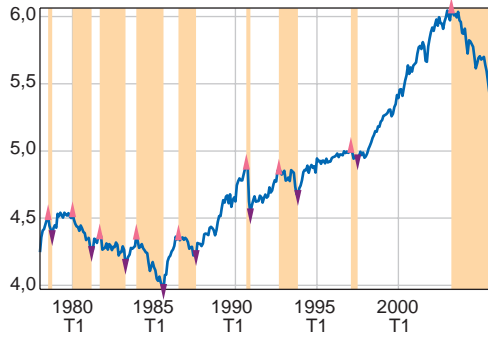
- Ventes au détail réelles
- ▲ Pics
- ▼ Creux

Graphique 5

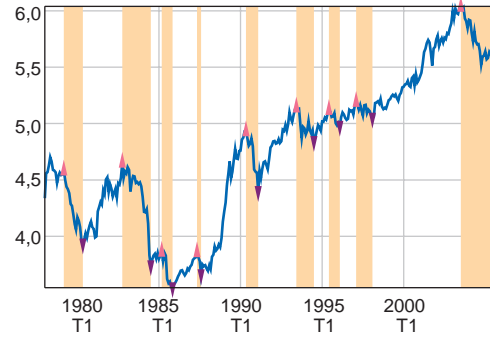
Points de retournement sur les indices de rendement MSCI, période 1978 (janvier)-2002 (septembre)

(en logarithme du niveau)

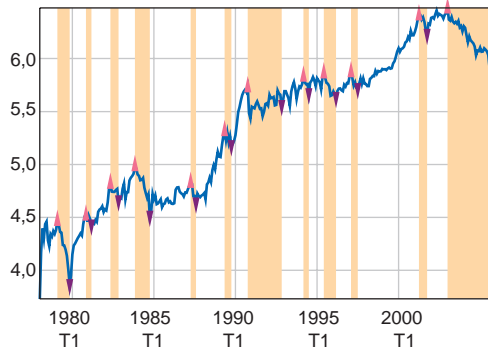
États-Unis



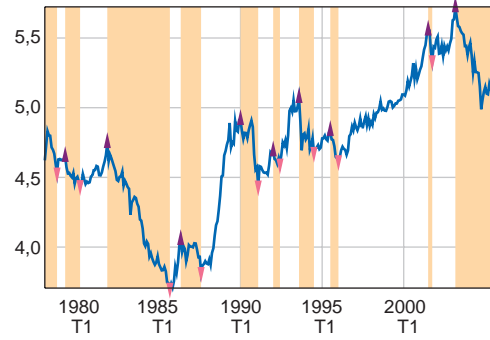
France



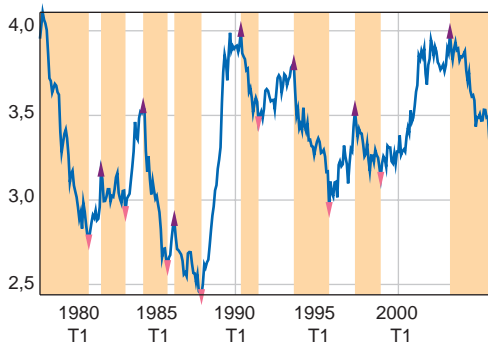
Allemagne



Royaume-Uni



Italie

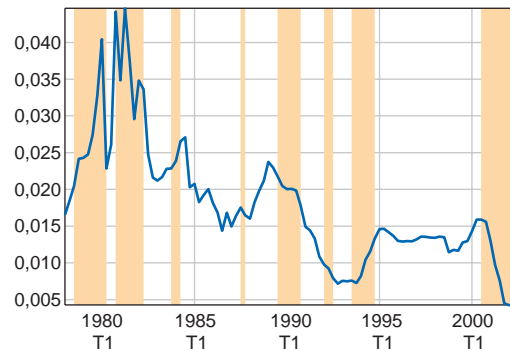
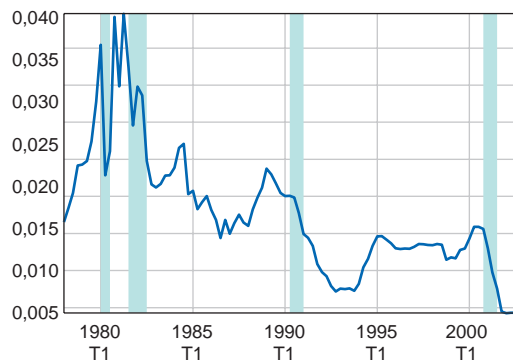


— Indices MSCI
▲ Pics
▼ Creux

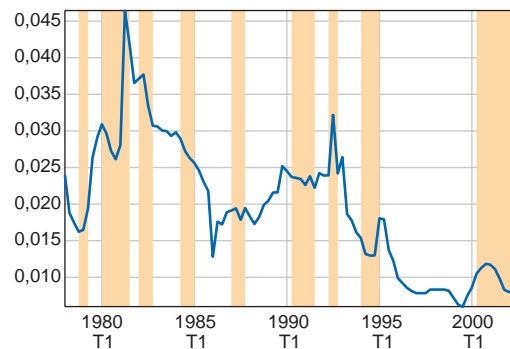
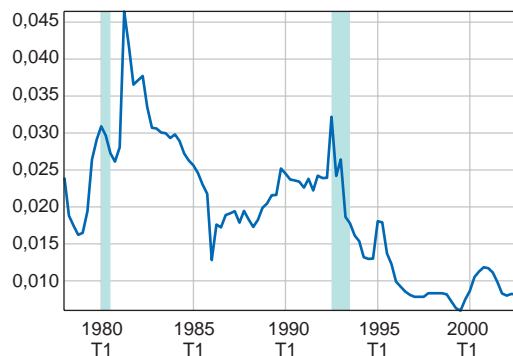
Graphique 6

Taux du marché monétaire et retournements du PIB réel (colonne de gauche) et des indices de rendement MSCI (colonne de droite), période 1978 (T1)-2002 (T3)

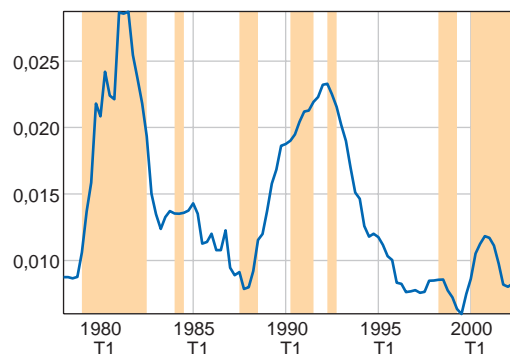
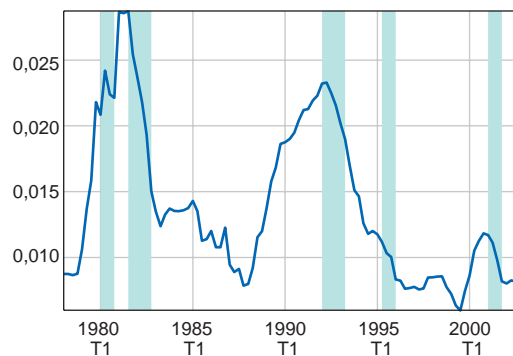
États-Unis



France



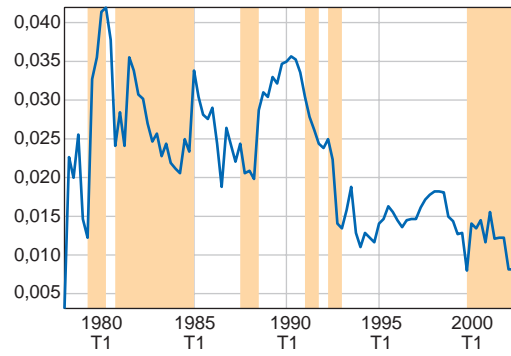
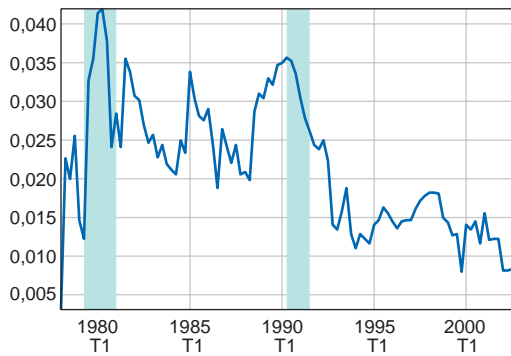
Allemagne



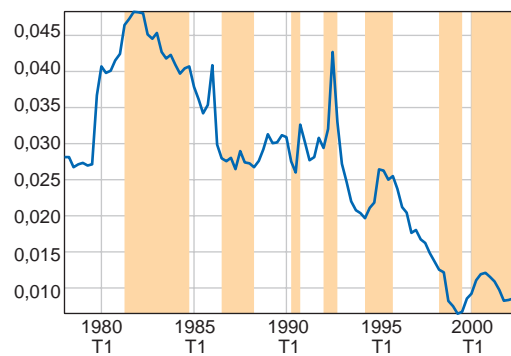
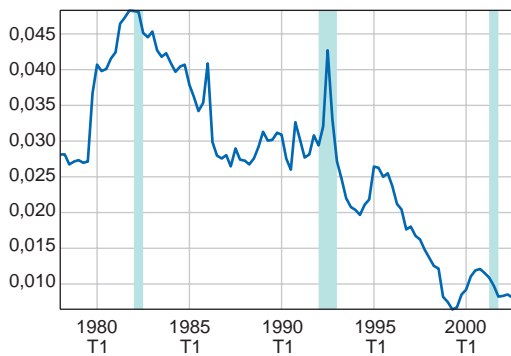
- Taux du marché monétaire
- Retournements du PIB réel
- Retournements des indices de rendement MSCI

NB : « x % se lit 0,0 x ». Il s'agit de taux trimestriels.

Royaume-Uni



Italie



- Taux du marché monétaire
- Retournements du PIB réel
- Retournements des indices de rendement MSCI

NB : « x % se lit 0,0 x ». Il s'agit de taux trimestriels.

Annexe 2

A. Points de retournement et concordance

Bry et Boschan (1971) (BB dans la suite) ont déterminé un algorithme permettant de répliquer les dates d'entrée en récession identifiées par le comité d'experts du NBER. C'est une variante de cet algorithme, développée par Harding et Pagan (2002a,b), que nous avons utilisée, dont nous détaillons les étapes ci-dessous.

- Un pic (creux) est atteint en t si la valeur de la série à la date t est supérieure (inférieure) aux k valeurs précédentes et aux k valeurs suivantes, où k est un entier naturel qui varie selon la nature de la série étudiée et sa fréquence d'échantillonnage¹⁵.
- Mise en œuvre d'une procédure « forçant » l'alternance des pics et des creux, en sélectionnant le plus haut (bas) de deux pics (creux) consécutifs¹⁶.
- Élimination des cycles dont la durée est inférieure à un temps minimal imposé *a priori*, et noté m , et cycles dont la période complète de reproduction (nombre de périodes séparant un pic d'un pic ou un creux d'un creux) est inférieure à un nombre de périodes M fixé à l'avance.
- Mise en œuvre de règles complémentaires :
 - le premier pic (creux) ne peut pas être plus bas (haut) que le premier point de la série et le dernier pic (creux) ne peut pas être plus bas (haut) que le dernier point de la série ;
 - le premier (dernier) pic ou creux ne peut pas se situer à moins de e périodes du premier (dernier) point de la série étudiée.

L'indice mensuel des ventes est préfiltré au moyen d'une courbe de Spencer, comme c'est usuel dans la littérature. Notons que, à l'instar de Pagan et Sossounov (2003), nous ne préfiltrons pas les séries financières mensuelles. En outre, dans ce dernier cas, imposer une phase minimale m peut être restrictif. Pagan et Sossounov (2003) proposent donc de relâcher la contrainte sur la phase minimale dans le cas d'une baisse ou d'une hausse supérieure à 20 % en une période. Nous adoptons ici cette procédure.

Une phase de récession (expansion) est alors définie comme le temps séparant un pic (creux) d'un creux (pic), lorsque la séquence des pics et des creux vérifie l'ensemble des règles d'identification détaillées ci-dessus. On définit alors la variable $s_{y,t}$ telle que $s_{y,t}$ vaut 1 si y est en expansion en t et 0 sinon. Nous procédons de la même façon avec la variable x , pour laquelle nous définissons $s_{x,t}$.

L'indice de concordance entre x et y , c_{xy} , est alors défini comme le nombre moyen de périodes où x et y se sont trouvés simultanément dans la même phase, soit

$$c_{xy} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [s_{x,t} s_{y,t} + (1 - s_{x,t})(1 - s_{y,t})].$$

Il vaut 1 si x et y sont toujours dans la même phase et vaut 0 si x et y sont toujours dans des phases opposées.

Dans le cas général, les propriétés de distribution de c_{xy} sont inconnues. Pour calculer les degrés de significativité de ces indices, nous utilisons la méthode suggérée par Harding et Pagan (2002b), détaillée ci-dessous.

Notons μ_{s_i} et σ_{s_i} , $i = (x, y)$, la moyenne empirique et l'écart-type empirique de $s_{i,t}$, respectivement. Si ρ_s désigne la corrélation empirique entre $s_{x,t}$ et $s_{y,t}$, on montre que l'indice de concordance vérifie la relation :

$$c_{xy} = 1 + 2 \rho_s \sigma_{s_x} \sigma_{s_y} + 2\mu_{s_x} \mu_{s_y} - \mu_{s_x} - \mu_{s_y}. \quad (\text{A.1})$$

D'après la relation (A.1), c_{xy} et ρ_s sont liés de telle façon qu'il est équivalent d'étudier l'une ou l'autre de ces deux statistiques. Pour évaluer ρ_s , Harding et Pagan proposent d'estimer la relation linéaire :

$$\left(\frac{s_{y,t}}{\sigma_{s_y}} \right) = \eta + \rho_s \left(\frac{s_{x,t}}{\sigma_{s_x}} \right) + u_t, \quad (\text{A.2})$$

où η est une constante et u_t un résidu.

La procédure d'estimation de la relation (A.2) doit être robuste à la corrélation sérielle des résidus, car u_t hérite les propriétés de corrélation sérielle de $s_{y,t}$ sous l'hypothèse nulle $\rho_s = 0$. La méthode des moindres carrés augmentés d'une procédure HAC est donc retenue ici pour estimer l'équation (A.2).

¹⁵ Dans cette méthode d'identification des points de retournement, l'hypothèse de stationnarité de la série étudiée n'est pas nécessaire.

¹⁶ Ce critère n'est pas toujours retenu dans la littérature (cf. Canova, 1999).

B. Filtre à bande passante

Le filtre à bande passante idéal isolant les mouvements cycliques dont les périodes de reproduction sont comprises dans l'intervalle $[b_i, b_s]$ est défini par la relation

$$y_t^{ct} = B(L)y_t, \quad B(L) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} B_k L^k, \quad L^k y_t = y_{t-k},$$

où les B_k vérifient

$$B_k = \frac{\sin(2k\pi/b_i) - \sin(2k\pi/b_s)}{\pi k}.$$

Afin d'interpréter le rôle joué par le filtre, introduisons la notion de *densité spectrale*. La densité spectrale du processus stochastique stationnaire y_t , notée $S_y(\omega)$, s'interprète comme la décomposition de la variance de y_t dans le domaine des fréquences. Comme y_t peut être décomposé en une somme de mouvements cycliques orthogonaux qui se manifestent chacun à une fréquence différente, on peut interpréter $S_y(\omega)$ comme la variance de y_t , expliquée par les mouvements cycliques opérant en fréquence ω .

Un résultat classique d'analyse spectrale nous indique que, sous certaines conditions, la relation $y_t^{ct} = B(L)y_t$ implique que la densité spectrale du processus y_t^{ct} , $S_{y^{ct}}(\omega)$, est déduite de celle de y_t , $S_y(\omega)$, par la formule

$$S_{y^{ct}}(\omega) = \|B(e^{-i\omega})\|^2 S_y(\omega),$$

où $\|B(e^{-i\omega})\|^2$ est le module élevé au carré de $B(e^{-i\omega})$. Compte tenu de la définition des B_k , un calcul direct montre que

$$B(e^{-i\omega}) = \begin{cases} 1 & \text{pour } \omega \in]2\pi/b_s, 2\pi/b_i[\cup]-2\pi/b_i, -2\pi/b_s[\\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

Il découle de cette formule que la densité spectrale de y_t est non nulle sur la bande de fréquences $]2\pi/b_s, 2\pi/b_i[\cup]-2\pi/b_i, -2\pi/b_s[$, et nulle partout ailleurs. En d'autres termes, toute la variance de y_t^{ct} est expliquée par des mouvements cycliques dont les périodes de reproduction sont comprises entre b_i et b_s .

La définition du filtre $B(L)$ impose une limite importante, car elle nécessite l'existence d'un nombre infini d'observations. En pratique, nous travaillons en échantillon fini et devons donc trouver une approximation adéquate de $B(L)$. Disposant d'un nombre fini d'observations $\{y_1, \dots, y_T\}$ du processus stochastique y_t , Christiano et Fitzgerald (2003) définissent l'approximation linéaire optimale \hat{y}_t^{ct} de y_t^{ct} comme la solution du problème :

$$\min E \left[\left(y_t^{ct} - \hat{y}_t^{ct} \right)^2 \mid \{y_1, \dots, y_T\} \right]. \quad (\text{B.1})$$

La méthode consiste donc à minimiser l'espérance mathématique de l'écart quadratique entre la série filtrée idéalement et la série filtrée approximativement, où l'espérance est conditionnée sur l'ensemble des données disponibles.